DOI 10.12851/EESJ201404ART07

Mikhail N. Kurillo,
ScM,
Krasnodar

Internals of Newton's forces

Key words: *Analytical study.*
Annotation: *This article covers the Newton's concept of force interaction*

В данной статье изложены результаты аналитического исследования, проведенного с целью поиска возможности построения математической модели механического взаимодействия, более точно отражающей элементы концепции силового взаимодействия предложенной Ньютоном.

В соответствии с преследуемой целью, в качестве критерия оценки, предлагаемой ниже модели, были использованы центральные положения классической механики и комментарии к основным понятиям. Причиной для этого анализа послужило отсутствие единого мнения в отношении инертных свойств материальных тел. Поэтому особое внимание уделено именно полноте отображения уравнениями инертных свойств тел.

При выполнении анализа, в качестве основного руководящего принципа послужило убеждение в том, что законы сформулированные Ньютоном, а также определения, комментарии, и некоторые следствия можно рассматривать как средства косвенного описания, целю которого является создание возможно более ясного представления о явлении природы недоступном для непосредственного наблюдения. Это явление было связано с инертными свойствами тел, упоминание о которых можно было найти еще в сочинениях Аристотеля. При этом законы движения материальной точки и определения представляются следствиями, вытекающими из факта существования инертности как некоторого центрального явления. Как и всякие следствия, они содержат в себе черты основного принципа, тем самым очерчивают его контуры. В этих контурах проступают, в первую очередь, главные черты явления. Изучение таких признаков его существования дает шанс приблизиться к пониманию его природы. Такой взгляд, конечно, не является абсолютно новым (3), в своей известной критической работе Э. Мах именно так характеризует роль инертных свойств тел в механике Ньютона.

Детальное освещение широко известных положений, вероятно, будет излишним, тем более, что еще один пересказ может вызвать ненужную путаницу. Положения теории Ньютона не однократно подвергались глубокому анализу, и опубликованные ранее по этому вопросу материалы достаточно объемны. Ссылки на них можно найти в списке литературы.

РАБОТА СИЛЫ ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Равноускоренное движение материальной точки в инерциальной системе отсчета сопровождается работой силы по ее перемещению. Совершаемая работа соответствует изменению кинетической энергии материальной точки. Этот факт, при условии отсутствия диссипативных сил, выражают уравнением $\Delta E = A$;(1). Поскольку всякая работа совершается во времени, можем разделить обе части его на интервал времени. При этом в правой части получим выражение для мощности, в левой быстроту изменения кинетической энергии материальной точки. Положим мощность в левой части уравнения необходима для совершения такой работы. Тогда эта мощность имеет непосредственнее отношение и является характеристикой силы, совершающей данную работу. Обозначим эту мощность:

$$N_F = \frac{\Delta E}{\Delta t} \tag{2.1}$$

где E - кинетическая энергия материальной точки.

Непрерывность изменения кинетической энергии в классической механике позволяет воспользоваться и мгновенным значением такой мощности. Элементарное приращение кинетической энергии можно выразить, используя эту характеристику действующей силы $dE = N_F dt$.

Пусть, для определенности, материальная точка совершает прямолинейное и равноускоренное движение в инерциальной системе отсчета. Выражение для быстроты изменения кинетической энергии:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial \mathbf{v}}\frac{d\mathbf{v}}{dt} \tag{2.2}$$

Сравним это выражение с (2.1). Правая часть этого уравнения будет определенным представлением мощности силы. Здесь мощность связана с импульсом, переданным силой материальной точке и ускорением, с которым точка при этом движется. Выражение (2.2), в свою очередь, позволяет связать с движущей силой и передаваемый ею импульс. Используя мощность как некоторый образ силы, с учетом (2.1) запишем:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{v}} = \frac{N_F}{\mathbf{a}} \tag{2.3}$$

где $\mathbf{a}$ – вектор ускорения материальной точки.

Представим последнее выражение в более ясном виде. Для этого распределим скалярные и векторные величины, выделив из вектора ускорения его единичный вектор. В результате получится выражение для проекции вектора импульса материальной точки на направление вектора ускорения:

$$(\mathbf{P}, \mathbf{e}_a) = \frac{N_F}{a} \tag{2.4}$$

где $\mathbf{e}_a$ - единичный вектор ускорения, $\mathbf{P}$- импульс.

При прямолинейном движении это выражение можно заменить на полностью скалярное $P = {}^{N_F}/_{a}$. Выражение (2.4) определяет величину проекции вектора импульса на направление действия силы и в этом виде оно приобретает более широкий смысл, чем исходное выражение. Поэтому есть определенная необходимость уравнение (2.4) привести к исходному содержанию.

При движении по окружности возникает ортогональность векторов $\mathbf{P}$ и $\mathbf{e}_a$. В этом случае скалярное произведение обнуляет правую часть. Это связывают с обнулением работы силы при движении по окружности. При этом сама сила в нуль не обращается. Равно как не обращается в нуль и ускорение. Такое рассогласование лучше интерпретировать как, прекращение передачи импульса силой материальной точке.

Такая ситуация возникает в условиях равновесия, например во вращающейся системе отсчета, когда сила инерции компенсирует действие центростремительной силы. Тем самым, последнее уравнение применимо и в случае, когда изменение импульса происходит в силу относительности движения. Здесь нужно обратить внимание на то, что в расчет берется работа силы, совершаемая во времени, а не на участке пути.

Далее, выражение (2.4) позволяет перейти непосредственно к действующей силе:

$$(\mathbf{F}, \mathbf{e}_a)\Delta t = \frac{N_F}{a} \tag{2.5}$$

где $\mathbf{F}\Delta t$ - величина импульса переданного силой материальной точке.

При этом мы считаем, что импульс силы и приращение количества движения материальной точки в отношении к мощности тождественны.Такое скалярное произведение, в отличие от предыдущего, всегда можно представить как

$$|\mathbf{F}|(\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_a)\Delta t = \frac{N_F}{a}; \tag{2.6}$$

Уравнение (2.6) позволяет считать, что выражение $|\mathbf{F}| = \frac{N_F}{a\Delta t}$ указывает на некоторое внутреннее содержание силы близкое по смыслу тому, которое прослеживается в определениях Ньютона. Перепишем его в виде:

$$\frac{F}{N_F} a dt = 1 \tag{2.7}$$

где F - модуль силы.

Это показывает, что в достаточно малом отрезке времени имеется постоянное соотношение между силой и ее мощностью, непосредственно связанное с величиной ускорения.

ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

Описание взаимодействия посредством сил подразумевает использование силы в качестве определенной характеристики взаимодействия. Материальное тело, при его участии в таком взаимодействии, подвержено действию этой силы и поэтому определенным образом с ней сопряжено. В такой взаимосвязи роль материального тела, в формировании характеристики самой силы приобретает свое особое содержание. В предыдущем разделе было сделано допущение, что импульс силы и приращение импульса материальной точки в отношении к мощности тождественны. Если это справедливо, то можно найти способ рассуждений, приводящий к появлению характеристики материального тела, характеристике аналогичной мощности действующей силы. Использование ее в качестве вспомогательной функции даст новую информацию для сравнительного анализа.

Рассмотрим прямолинейное равноускоренное движение материального тела массой m. Воспользуемся скалярной характеристикой η определенной для объема тела так, что:

$$N_F(a) = \eta a \tag{3.1}$$

где a - модуль ускорения тела; $N_F(a)$ – мощность силы необходимая для сообщения ускорения.

Тогда η будет иметь значение мощности силы, которая перемещает данное тело с единичным ускорением, то есть приведенную мощность.

Далее, будем рассматривать материальное тело как стационарную совокупность атомов; в силу аддитивности энергии, можем записать для такой совокупности:

$$N_F(a) = \frac{\sum_i k_i \eta_i}{\sum k_i} a; \tag{3.2}$$

где k_i - количество атомов, η_i – приведенную мощность i – го атома.

Сравнивая последнее с (3.1) не трудно заметить $\eta = \frac{\sum k_i \eta_i}{\sum k_i}$ где η - приведенную мощность неоднородной по атомному составу совокупности атомов. Соответственно для однородной совокупности будет справедливо $\eta = \eta_i$.

Положим стационарная совокупность атомов обладает объемом V, то приведенная мощность единичного объема, соответственно будет $\theta = \frac{\eta}{V}$. Для совокупности одинаковых атомов $\theta_a = \frac{\eta}{V} = \sum_i \frac{\eta_{ia}}{V_{ia}}$. Где V_{ia} - эффективный объем атома в материале.

Характеристика θ_a в определенном смысле условна и позволяет заменять, в рассуждениях, атомы на некоторые условные структурные элементы. Далее, обозначим:

$$\mu(a) = \theta a \tag{3.3}$$

где a – модуль ускорения. Тогда работу по перемещению тела можно представить как функцию объема материального тела:

$$N_F(a) = \mu(a)V \tag{3.4}$$

откуда видно, что $\mu(a)$ есть удельная мощность материала и является функцией абсолютной величины ускорения. Из последнего выражения следует, что мощность может быть представлена как функция объема $N_F(a, V) = \mu(a)V$, соответственно $\mu(a)$ - удельная мощность материала, аналогичная удельному весу.

Из сказанного видно, что какой-либо материал, помимо массы, можно охарактеризовать числом η, определяемым выражением (3.1). Размерность этой характеристики $[\eta] = \frac{\text{Дж} \times \text{с}}{\text{м}}$. Для ясности, можем провести очевидную аналогию $m = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}} = \frac{F}{a}$, соответственно $\eta = \frac{N_F}{a}$.

Если воспользоваться этой аналогией и уравнением (2.7) можем найти следующее выражение:

$$\frac{m}{\eta} a dt = 1 \tag{3.5}$$

которое отличается от (2.7) тем, что не содержит неявно ускорение еще раз. Для этого выражения можно сделать вывод такой же, как и для (2.7), только постоянным отношением будут обладать масса и приведенная мощность материала. Уравнение (3.5) вносит необходимую определенность в природу выражения (2.7). Постоянство характеристикm и η материала, приводит к постоянству отношения динамических характеристик $\frac{F}{N_F}$. С другой стороны уравнение (3.1) закрепляет за материальным телом определенную мощность, которая требуется для того, чтобы под действием внешней силы данное тело двигалось с заданным ускорением. Более того, по уравнению (3.1) можно построить и соответствующую систему дифференциальных уравнений.

СОГЛАСОВАНИЕ В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ

Далее, воспользуемся тем, что масса и сила связаны законом тяготения. Это свойство гравитации использовалось и Ньютоном, что позволяло находить массу, используя вес тела. В поле тяготения, мощность необходимая для разгона с заданным ускорением и мощность разгоняющей силы должны быть эквивалентны. Из уравнения $\frac{F}{N_F}adt = 1$ следует, что весу тела пропорциональна некоторая мощность силы гравитации:

$$\mathbf{J} \sim N_G(\mathrm{g}) \tag{4.1}$$

где $\mathbf{J}$ - вес тела, $N_G(\mathrm{g})$ – мощность силы гравитации.

Действительно, воспользуемся уравнением (3.4):

$$N_G(a) = \mu(a)V = \eta \mathrm{g} \tag{4.2}$$

где g– модуль ускорения свободного падения. В силу постоянства g и соотношения $\frac{m}{\eta}$ вытекает прямая пропорциональность.

Пусть вес тела $\mathbf{J} = m\mathbf{g}$, тогда разделив его на $N_G(\mathrm{g}) = \eta \mathrm{g}$ получим:

$$\mathbf{J}(\mathrm{g}) = \frac{m}{\eta} N_G(\mathrm{g}) \mathbf{e}_{\mathrm{g}} \tag{4.3}$$

Последнее уравнение объединяет обе характеристики силы и материального тела. Поскольку вес это сила, то аналогичное уравнение должно выполняться и для общего случая:

$$\mathbf{F}(a) = \frac{m}{\eta} N_F(a) \mathbf{e}_a \tag{4.4}$$

Это уравнение, явно показывает о какой мощности силы, действующей на тело, идет речь при совершении работы по перемещению материального тела. Такое представление силы уже не содержит явно ускорения, а только скалярную его функцию. Векторный характер уравнения дает возможность интерпретировать скалярную часть его как модуль вектора силы. Масса, входящая в скалярную часть позволяет представить это выражение в виде второго закона Ньютона. Причем, отношение $N_F(a)/\eta$ выступает в качестве функции сохраняющей абсолютную величину ускорения.

ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Выражения $\mathbf{F} = \frac{m}{\eta} N_F(a) \mathbf{e}_a$ и $|\mathbf{F}| = \frac{m}{\eta} N_F(a)$ представляют собой модель идеальной замкнутой механической системы материальных тел. Такое представление дает возможность наглядно продемонстрировать, какая функция отвечает за инертные свойства этой системы. Умножением мощности силы на единичный вектор ускорения, получим направленную силу. Такая манипуляция аналогична наложению ускорения на тело в неинерциальной системе отсчета. Действительно, векторный характер ускорения определяется не столько самим ускорением, сколько направлением перемещения под действием силы. По этой причине единичный вектор ускорения, в некоторых случаях, может быть заменен единичным вектором перемещения под действием силы. В тех случаях, когда относительного перемещения нет, равновесие под действием сил, механизм возникновения вектора силы утрачивает свою наглядность, если ее уравнение записывать в общепринятой форме, что приводит к появлению дополнительных условных логических построений.

В предлагаемом выражении для силы легко понять, механизм отождествления какого-либо тела с абстрактной механической силой, оказывающей на другое тело направленное действие. Появление такой силы в неинерциальной системе отсчета объясняется спонтанным появлением направления движения тела относительно системы отсчета. При этом не зависимо от направления движения самой системы вектор силы проявляется как результат относительного движения самого тела в этой системе отсчета.Действительно, если мы наблюдаем из инерциальной системы отсчета, за прямолинейным движением неинерциальной системы, то некоторое тело, покоящееся в инерциальной системе, будет,относительно неинерциальной, совершать прямолинейное движение в направлении противоположном движению неинерциальной системы. То есть, вектор ускорения,накладывающийся на тело, в силу симметрии будет иметь противоположный знак по отношению к вектору движения неинерциальной системы.

$$-\mathbf{e}_{OX} = \mathbf{e}_M \tag{5.1}$$

Используя уравнение (4.4) не трудно получить вывод, что всякое материальное тело в неинерциальной системе отсчета становится источником механической силы.

В свою очередь, третий закон Ньютона становится результатом выбора точки зрения на процесс взаимодействия двух тел. Выбор тела в качестве активной стороны, в качестве действующей силы, или наоборот, в качестве пассивной, подверженной воздействию, обладает известным произволом. При этом каждое из тел действует друг на друга с равной и противоположной силой.

$$-\mathbf{F} = \mathbf{F} \tag{5.2}$$

Используя в (5.2) выражение силы из (4.4)

$$\frac{m}{\eta} N_F(a)\mathbf{e}_{OX} = \frac{m}{\eta} N_F(a)\mathbf{e}_M \tag{5.3}$$

где $\mathbf{e}_{OX}$ - единичный вектор ускорения начала отсчета неинерциальной системы;

$\mathbf{e}_M$ – единичный вектор ускорения материальной точки или тела в неинерциальной системе отсчета.

получим равенство силы, связанной с материальным телом, в силу относительности движения, и силы, которую представляет собой тоже тело в этой неинерциальной системе отсчета, имея в ней определенное ускорение. Это при том, что само тело может покоится в какой-либо инерциальной системе отсчета. Единичные вектора, конечно, имеют в данном случае противоположные направления.

Уравнение (5.3) легко преобразуется для случая двух тел, когда одно из них исполняет роль силы, а другое подвержено действию этой силы, например столкновение. В этой ситуации их ускорения равны по абсолютной величине и противоположны по направлению.

$$-\left\{\frac{m}{\eta} N_F(a)\right\}_1 \mathbf{e}_a = \left\{\frac{m}{\eta} N_F(a)\right\}_2 \mathbf{e}_a \tag{5.4}$$

Выбор тела, связанного с началом системы отсчета, для определения знака ускорения осуществляется произвольно. Отсутствие явной зависимости от значения скорости отражает именно отсутствие влияния постоянной скорости на свойства механической системы.

Исключив из последнего выражения вектора, получим принцип механического взаимодействия близкий по смыслу условию статического равновесия:

$$\left\{\frac{m}{\eta}N_F(a)\right\}_1 = \left\{\frac{m}{\eta}N_F(a)\right\}_2 \tag{5.5}$$

При наличии разницы в $m_1 \neq m_2$ равенство восстанавливается с помощью разности плеч рычага, поскольку отношение $\frac{N_F(\mathrm{g})}{\eta}$ для обеих частей равенства в поле тяготения будет иметь одно значение, как модуль ускорения свободного падения.

Следующим свойством является возможность формального присвоения покоящемуся телу определенного значения модуля силы. В результате создается субъективный эффект, выражающийся в ощущении присутствия в теле некоторой невидимой силы, присущей ему изначально. Эта сила не обнаруживает своего присутствия, пока нет изменения скорости движения. Что свойственно силам инерции.

УРАВНЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Представление силы (4.4) дает возможность провести новое сопоставление. Используем выражение для силы $\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}$ и выполним подстановку в (4.4):

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{m}{\eta}N_F(a)\mathbf{e}_a \tag{6.1}$$

или выражая мощность через кинетическую энергию (2.1):

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{m}{\eta}\frac{dE}{dt}\mathbf{e}_a \tag{6.2}$$

откуда:

$$d\mathbf{P} = \frac{m}{\eta}dE\mathbf{e}_a \tag{6.3}$$

это уравнение равносильно утверждению о том, что изменение импульса всегда связано с затратами или изменением энергии. Такая запись соответствует закону сохранения импульса в дифференциальном представлении. При этом $\frac{m}{\eta}dE$ можно расценивать как модуль элементарного приращения импульса. Или как связанные с изменением импульса затраты энергии. Уравнение (6.3) показывает, что закон инерции приобретает самое простое объяснение. Изменение скорости требует совершения работы силой, и как следствие затрат энергии. Без перераспределения энергии изменение скорости может осуществляться только в порядке абстрактного перехода в другую систему отсчета. В этом случае скалярная величина переносится вне зависимости от скорости, а в неинерциальной системе отсчета такая операция сведется к умножению на другой направляющий вектор ускорения.

Для абсолютной величины элементарного импульса выполняется пропорциональность:

$$\eta dP = mdE \tag{6.4}$$

Уравнение (6.3) позволяет рассматривать закон сохранения импульса следствием закона сохранения энергии, а выражение для силы, развитием равенства (6.3).

Рассматривая силу, как производное представление, выполняющее роль меры интенсивности взаимодействия, и учитывая предыдущие выводы, следует заметить, что для такого представления является необходимым наличие хотя бы абстрактной границы, ограничивающей механическую систему. Действие сил на этой границе возникает как результат дифференциации более крупной механической системы на составные части. Количество действующих на границе сил будет определяться не только объективными факторами, но и формой ограничения или выделения механической системы. Это вывод вполне соответствует известным методам и принципам механики. Более того, если такая граница, внутри которой механическая система остается замкнутой в течение заметного времени, на протяжении этого времени меняет только свою конфигурацию и не разрушается, то не смотря на то, что граница является абстрактной, она себя ведет как некоторая естественная. Сама система, при этом, существует внутри такой границы как самостоятельный объект. Все что для этого нужно – выполнение закона сохранения энергии и импульса.

Отношение $\frac{m}{\eta}$ играет роль коэффициента. В этом случае запись $\frac{dP}{dE}$ по содержанию есть отношение дифференциалов. Исходя из этого, обратное отношение $\frac{\eta}{m}$ есть коэффициент в выражении $dE = \frac{\eta}{m}dP$. Физическое содержание этих коэффициентов таково, что позволяет рассматривать их отношение как некоторую самостоятельную скалярную характеристику. Это можно представить, введя другое обозначение для отношения. Обозначим:

$$\frac{\eta}{m} = j_e \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Н}}\right] \tag{6.5}$$

величину обратную ей будем обозначать:

$$j_f = \frac{1}{j_e}\left[\frac{\text{Н}}{\text{Дж}}\right] \tag{6.6}$$

Тогда с новыми обозначениями:

$$dE = j_e dP \tag{6.7}$$

$$dP = j_f dE \tag{6.8}$$

и соответственно для вектора приращения импульса:

$$d\mathbf{P} = j_f dE\mathbf{e}_a \tag{6.9}$$

и вектора силы

$$\mathbf{F} = j_f \frac{dE}{dt}\mathbf{e}_a \tag{6.10}$$

Последнее уравнение наглядно показывает,почему сила, в отличие от импульса, является мерой интенсивности взаимодействия.

Если теперь вернуться к выражению элементарной работы силы по изменению импульса $\Delta E = A$, то выражение для нее должно быть получено интегрированием по времени выражения:

$$\frac{\mathbf{F}}{\mathbf{e}_a} j_e dt = \frac{dE}{dt}dt \tag{6.11}$$

такая работа будет равна произведению модуля импульса на коэффициент j_e:

$$j_e|\Delta\mathbf{P}| = A_{\Delta P} \tag{6.12}$$

Используя уравнение (6.9),получим интегральное выражение для уравнения изменения импульса:

$$\Delta\mathbf{P} = j_f \int_0^t \mathbf{e}_a \frac{dE}{dt}dt \tag{6.13}$$

тогда подставляя левую часть уравнения (6.11), с учетом (6.6):

$$\Delta\mathbf{P} = \int_0^t \mathbf{F}dt \tag{6.14}$$

С другой стороны, так как $dE = j_e \frac{d\boldsymbol{P}}{\mathbf{e}_a}$ соотношения для энергии будут выглядеть следующим образом:

$$\Delta E = j_e \int_0^t \frac{d\mathbf{P}}{dt} \frac{dt}{\mathbf{e}_a} \qquad (6.15)$$

что сводится к выражению:

$$\Delta E = j_e \int_0^t dP \qquad (6.15)$$

которое вполне согласуется с (6.12).

Таким образом, механическое взаимодействие или его результат всегда можно выразить в единицах энергии. Результатом такого взаимодействия будет перераспределение энергии между участниками этого взаимодействия.

В уравнении (6.13) направляющий вектор ускорения стоит под интегралом. В какой либо системе координат его можно представить некоторой функцией времени и координат, тогда при интегрировании будет учтено и его изменение. При этом выражение под интегралом можно записать в матричном виде. В подобном виде можно представить и выражение (6.9) и другие, включающие направляющий вектор ускорения.

МОЩНОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Предварительно приведем шестое определение из (4), относящееся к силе тяготения: «Абсолютная величина центростремительной силы есть мера большей или меньшей мощности самого источника ее распространения из центра в окружающее ее пространство».

Рассмотрим малое тело, покоящееся в гравитационном поле массивного шара, находясь на его поверхности. Находясь в ускоряющем поле гравитации малое тело создает силу веса. Вес тела:

$$\mathbf{J}(\mathrm{g}) = j_f N_G(\mathrm{g})\mathbf{e}_\mathrm{g} \qquad (7.1)$$

Вес на контактной поверхности массивного шара, создает давление, которое поддерживается телом под воздействием гравитационного поля. Выразим давление создаваемое весом:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = j_f \frac{N_G(\mathrm{g})}{S}\mathbf{e}_\mathrm{g} \qquad (7.2)$$

Подобно давлению на поверхность шара, которое существует во времени неограниченно долго, работа гравитационного поля совершается во времени непрерывно. То есть мы считаем что тело, покоящееся в гравитационном, поле совершает работу. Далее, перенесем эту схему рассуждения на элементарные массы, составляющие массивное тело. Тогда, сумма работ всех масс,составляющих объем шара и соответственно находящихся в гравитационном поле, будет равна работе гравитационного поля. Таким образом, приращение работы силы веса в поле гравитации пропорционально времени. Умножая мощность гравитационного поля на время, получим количество кинетической энергии, перешедшей во внутреннюю энергию массивного шара. Для приращения кинетической энергии:

$$\Delta E = \int_0^t N_G(\mathrm{g})dt \qquad (7.3)$$

необходимо только время.

Шаровой слой, достаточно малой толщины, оказывает на слой, лежащий под ним, некоторое среднее давление, определяемое весом одного метра квадратного шаровой поверхности. Воспользуемся уравнением (6.12) для определения работы силы веса, переписав его для силы веса:

$$A_G = j_e|\mathbf{J}|\Delta t \tag{7.4}$$

где $|\mathbf{J}|$ – абсолютное значение веса тела.

Давление на поверхность находящуюся под верхним слоем $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\mathbf{J}}{S}$, S – площадь контактной поверхности; $\boldsymbol{\varepsilon}$ - давление на поверхности контакта. После подстановки:

$$A_G = j_e S|\boldsymbol{\varepsilon}|\Delta t \tag{7.5}$$

Давление в толще шара представляется некоторой зависимостью от ускорения свободного падения. Положим на толщине шарового слоя, оно изменяется как гидростатическое давление, тогда:

$$A_G = j_e S\rho \mathrm{g}\Delta r\Delta t \tag{7.6}$$

где $|\boldsymbol{\varepsilon}| = \rho \mathrm{g}\Delta r$, Δr - толщина шарового слоя.

При этом и плотность вещества в толще шара и ускорение свободного падения, и площадь будут меняться как функции радиуса. Площадь шаровой поверхности $S(r) = 4\pi r^2$:

$$A_G = j_e 4\pi r^2\rho(\mathrm{r})\mathrm{g}(\mathrm{r})\Delta r\Delta t \tag{7.7}$$

где $\rho(\mathrm{r})$ – значение функции распределения плотности вещества внутри шара на расстоянии r от центра шара;

$\mathrm{g}(\mathrm{r})$ – напряженность гравитационного поля внутри шара на расстоянии r от центра шара.

Будем считать плотность массы и ускорение свободного падения не зависящими от времени, в обозримом его промежутке. Тогда, удобно будет говорить о мощности гравитационного поля:

$$\frac{A_G}{\Delta t} = j_e 4\pi\rho(r)\mathrm{g}(r)r^2\Delta r \tag{7.8}$$

учитывая, что функции радиуса придется интегрировать по всему радиусу шара:

$$\frac{A_G}{\Delta t} = j_e 4\pi\int_0^R \rho(r)\mathrm{g}(r)r^2 dr \tag{7.9}$$

Из этого видно, что мощность гравитационного поля прямо пропорциональна кубу радиуса массивного шара. Возвращаясь к уравнению (7.3) можем записать для количества выделяющейся энергии:

$$\Delta E = j_e 4\pi\int_0^t\int_0^R \rho(r)\mathrm{g}(r)r^2 dr\, dt$$

Теперь можем сравнить выражения (4.3), (5.5) и (7.9) при этом получим вывод, что условие статического равновесия сводится к постоянству значения мощности гравитационного поля в близко расположенных точках пространства.

МОМЕНТ СИЛЫ

Уравнение (6.10) позволяет записать для момента силы: $[\mathbf{r},\mathbf{F}] = j_f\frac{dE}{dt}[\mathbf{r},\mathbf{e}_a]$

$$\mathbf{M} = j_f\frac{dE}{dt}[\mathbf{r},\mathbf{e}_a] \tag{8.1}$$

из которого видно, что создание постоянного момента силы также связано с изменением энергии материальной точки. Особый случай, когда вектор ускорения направлен в течение всего времени по радиусу, то есть при движении по окружности, векторное произведение и соответственно величина момента обращаются в нуль. Центростремительная сила при этом нулю не равна и уравновешивается центробежной силой. Равен нулю только момент этой силы, поскольку плечо силы равно нулю. Из этого следует вывод, что при движении материальной точки по окружности уравнение для момента должно переходить в уравнение для силы. При этом уравнение силы становится частным случаем уравнения момента.

Момент силы также как сама сила получается дифференцированием по времени момента импульса. Тогда интегрированием момента силы получим закон изменения момента импульса:

$$\Delta\mathbf{L} = j_f \int_0^t \frac{dE}{dt} [\mathbf{r}, \mathbf{e}_a] \, dt \tag{8.2}$$

Интегрированием по времени мощности мы получим количество энергии связанное с изменением момента импульса. В случае движения по окружности изменение импульса также обнуляется. Следовательно, при таком движении момент импульса сохраняется.

Надо заметить, что при обобщении уравнения (6.10) для случая произвольного движения коэффициенты j_f и j_e будут вести себя как некоторые функции, а их определение будет отличаться от (6.5) и (6.6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из всех определений данных Ньютоном в (4) наибольшее внимание, для критического анализа, всегда привлекает третье определение, относящееся к врожденной силе материи. Следующее за этим определением пояснение утверждает, что врожденная сила материи пропорциональна массе, но не тождественна ей. Однако, возможны условия которые позволят рассматривать ее как таковую. Из этого определения следует, что врожденная сила заставляет тело двигаться равномерно и прямолинейно, что отличает ее от приложенной силы. В результате создается представление, что врожденная сила не вполне масса и в тоже время не является приложенной силой. В тоже время,оторвать врожденную силу от этих двух представлений тоже нельзя. В этом положении предложенный способ представления Ньютоновой силы кажется довольно удачным.

Полученное представление сил дает возможность представить закон сохранения импульса следствием закона сохранения энергии. В данном представлении исчезает принципиальная разница между третьим законом ньютона и законом статического равновесия. Существование сил инерции объясняется так же существованием закона сохранения энергии. При этом появляется существенное основание считать эти силы такими же реальными, как и другие Ньютоновы силы. С другой стороны раскрывается содержание связи инертных свойств материальных тел с энергией. Можно заметить, что приведенные расчеты позволяют получить новое содержание, не прибегая к использованию принципиально новых представлений о природе материи или законах движения. Из представленных уравнений следует, что полноценным свойством инертности может обладать только замкнутая механическая система, для которой выполняется закон сохранения энергии. В противном случае нарушение энергетического баланса системы будет приводить к изменению инертных характеристик системы, и как следствие отклонению от классических закономерностей механического движения. Последнее, впрочем, уже не секрет.

Используемое Ньютоном в определениях представление о материи частенько становилось объектом критики. Однако его использование вполне оправдано. В настоящее время следовало бы наделить врожденным свойством сопротивления атомы. Тем не менее, признаками замкнутой механической системы могут обладать и другие физические объекты.

Reference:

1. Sivukhin DV. General course of physics. V. 1. M. FIZMATLIT; 2005. [Google Scholar]
2. Hertz G. Mechanics principles outlined in the new connection. M. USSR Academy of Sciences; 1959. [Google Scholar]
3. Max E. Mechanics. Historical-critical study of its development, Izhevsk: Regular and Chaotic Dynamics; 2000. [Google Scholar]
4. Newton . Mathematical Principles of Natural Philosophy. Moscow: Nauka; 1989. [Google Scholar]
5. Jammer M. The concept of mass in classical and modern physics. M. Progress; 1967. [Google Scholar]
6. Landau LD, Lifshitz EM. Mechanics. Moscow: Nauka; 1988. [Google Scholar]
7. Savelyev IV. Fundamentals of Theoretical Physics. V.1. Moscow: Nauka; 1991. [Google Scholar]
8. Zubov VP. Aristotle. M. Editorial; 2000. [Google Scholar]
9. *Lagrange Analytical Mechanics: M. GITTL, 1955.*
10. *Mandelstam LI, Once again, the forces of inertia: UFN number 1 (1946).*
11. *Laue M, Inertia and energy: UFN number 4 (1959).*