**DOI 10.12851/EESJ201610C03ART02**

***Dilshod Kh. Turdiboyev,***
*PhM, senior lecturer;*

***Olimjon N. Dushabaev,***
*senior researcher,*
*Gulistan State University*

# Methods of Proving Theorems Training

***Key words:*** *theorem, proof, axiom, solution, induction, deduction, syllogism, analytic, synthetic, apologic, methodology, technology.*

***Annotation:*** *the following article presents ideas about method that requires serious attention in teaching proving theorems in the geometrical unit of the mathematics course and forming logical skills of students. Based on these ideas there were given examples by the recommendations directed to organizing one of the methods of proving theorems, that is considered to be one of the effective method of organizing teaching geometry, as well as perfection of the method of proof.*

Создание учебных литератур, принимая во внимание специфику каждого этапа в системе образования, является актуальной проблемой современного образования. В целях преодоления этой проблемы, была разработана новое поколение концепции по созданию учебных литератур в системе беспрерывного образования страны и осуществляется в настоящее время (1).

В системе беспрерывного образования, в обучение математике курс геометрии занимает важное место. Требования к геометрии современного содержания науки и методов обучения в их первоначальном варианте восходит к далекому прошлому. Так что есть, даже до того, как великий ученый Фалес, были философы, которые обучали элементы геометрии с философией. Платон, например, считая, что, не важно понять только филочофию, но и надо упражнять ум, преподавал геометрию в академии. Блез Паскаль считал, что, важно изучать геометрию для логических выводов. Он писал, что существуют три основные цели для исследования:

1) Поиск истины;
2) Определение истины когда она определена;
3) Отличать ложь при проверки истины.

Вот эти три лучших способов позволяют достижения этой цели, наличия определенного справедливого способа.

Свойственность основной части метода обучения геометрии является солидарностью в результате превосходство над убывающей роли индуктивного процесса в дедуктивном доказательстве теорем. Издавна, аксиома и теоремы появились с индуктивным способом на практических основах. Индукция приводит человеческое мышление к предположениям о причинах событий и случаев, их обоснованность на общих законах. А дедукция позволяет делать выводы из общих гипотез эмпирически проверенными и, таким образом, научно обосновывать или доказывать (4).

Методы и способы, логические законы занимают важное место при приобретении понятий логического мышления в усвоении новых знаний в геометрии. Тем не менее, опыт показывает, что во многих случаях простая логика, как представляется, недостаточно для решения научных проблем. Процесс получения новой информации может быть направлен индуктивному и дедуктивному подробному доказательству одновременно. В данном процессе, интуиция (внутреннее чувство) играет важную роль в определении импульса (внутренняя мотивация) и направление.

Отметим три пути аксиоматической структуры курса геометрии в качестве предмета математики в XX веке. Первая упирается на итальянского математика М. Пиерига, вторая на второй немецкий математик Д. Гильберт, третья на русский математик В. Коган. Эти пути различаются не только содержанием, но и их аксиомами и различающими основными понятиями. М. Пиерида считает что основное понятие это одна точка, которая описывает другие понятия. Д. Гильберт считает, что основные понятия - это точка, прямая линия и плоскость. У В. Когана это точка, расстояние и движение. Не описывающиеся понятия и аксиомы можно выбрать по-разному. Удобные системы аксиомы для школьной программы по геометрии были разработаны выдающимися математиками А.Н.Колмогоров, А.Д.Александров, А.В.Погорелов.

Геометрические теоремы в основном проводятся логическим доказыванием. Существуют прямые и косвенные методы доказательства и это называется косвенным методом доказательства, если истина основы исходит от истины данной теоремы, и доказать напрямую эту теорему, когда удостоверяющим истину непосредственно к основанию истины происходит сразу доказывать теоремы заключая вопреки истине ему, как говорят, не в состоянии доказать. Есть несколько способов прямых и косвенных методов доказательств, и один из них **аналитический** метод для доказательства теоремы.

При доказательстве **аналитическим** методом начиная с теоремы ведутся непрерывные замечания, обосновывается на опорный (фундамент) в теореме, как на аксиому, описание, результат, лемма и.т.д.

Это означает, что в аналитическом методе размышляется "от неизвестного к известному". По словам великого ученого Евклида, показанного для аналитического доказательства теоремы надо воспринимать теорему как (неизвестный) доказанной теоремой (известная), и на этой основании получится (известная) теорема, считает он. То есть, если отметим доказанную теорему (известная) A, доказуемую теорему (неизвестная) X, то $X \to Y \to Z ....... \to B \to A$.

По мнению Евклида, в аналитическом методе из-за правильности A получается X. Но это не так. Например: пусть будет $+b = -b$, если поднять оба стороны на квадрат то получится равенство $b^2 = b^2$ , и это правильное равенство. Это не так точна к идее Евклида. Греческий математик Папп пытался исправить недостатки в анализе Евклида. По мнению Папп, в аналитическом методе доказательства теоремы надо принять отыскиваемый X как известный, затем изучается его исход и увериться и увериться в следующем и.т.д., продолжая эту цепь доказывается правильность A.

Для доказательства теоремы аналитических методов является то, что, первый помощник решения построить так, что вывод теоремы исходит на логической основе, второй помощник решения построить так, что первый помощник решения исходил на логической основе и.т.д. В результате последовательного построения помощников решения пусть из последнего решения получится доказательство теоремы. В качестве утверждения нами сказанными докажем следующую теорему аналитическим методом.

**Теорема. Если два ватар круга пересекаются и делятся ровно на два, то эта точка явояется центром круга.**

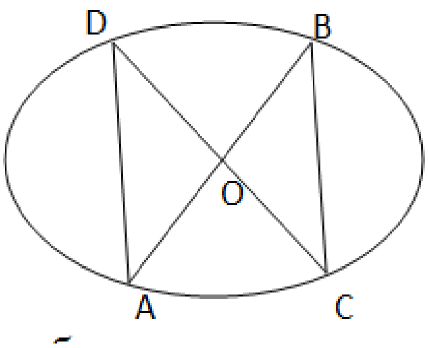

Рис. 1.

Видно, что между связи условия теоремы и заключения не существует эквивалентность. Поэтому мы стараемся построить такого помощника решения, чтобы получилось прямое доказательство теоремы. Это решение может выглядеть так: $OA = OB = OD = OC$

В самом деле, если выполнится равенство $OA = OB = OD = OC$ , то точка O будет центром круга, в то же время, в соответствии с условиями решения примем во внимание $OA = OB$ и $CO = OD$.

Построив последовательных помощников решения, если выполнится равенство $OA = OB = OD = OC$ , то сделаем вывод что точка O будет центром круга. На самом деле, в соответствии с условиями задачи: $OA = OB$ и $CO = OD$. Если $OA = OC$ , то будет $OA = OB = OD = OC$ . Для достижения цели объединяя точки A и C с прямой линией, получаем AOC треугольник (рис. 1) . Если в треугольнике $\angle BAC = \angle DCA$ , то будет $OA = OC$ . Если BC и AD дуги равные, то $\angle BAC = \angle DCA$ . Таким образом, точка B с точкой C, а точка A и точка D объелиняется прямыми линиями, и если $BC = AD$ , то дуги $BC$ и $AD$ будут равны.

Если $\angle AOD = \angle BOC$ , то будет $BC = AD$ . Как видно из графика, в соответствии с первыми признаками равенств треугольников: $\Delta AOD = \Delta BOC$ : добавочные соображения следующим образом:

Так как $\Delta AOD = \Delta BOC$ будет $BC = AD$;

Так как $BC = AD$ $BC$ и $AD$ дуги будут равными;

Так как $BC$ и $AD$ дуги равны будет $\angle BAC = \angle DCA$;

Так как $\angle BAC = \angle DCA$ будут $OA = OC$;

Так как $OA = OC$ и в соответствии условии теоремы $OA = OB = OD = OC$ так как $OA, OB, OD, OC$ отрезки будут радиусами одного круга;

Так как $OA, OB, OD, OC$ отрезки радиусы одного круга О точка будет центром круга.

Доказательство теорем аналитическим методом условия задачи послужат основой для следующего предложения. Это основание, в свою очередь, будет основанием для предложения и так далее. Беспрерывными рассуждениями придем к доказательству теоремы.

Доказательство теорем аналитическим методом позволит ученикам самостоятельно доказывать геометрические теоремы и обосновывать свои мысли достаточно. При доказательстве аналитическим методом ученики сознательно поймут откуда исходят каждой новое число. Значит, при таком обучении геометрии, учащиеся поймут практическую важность геометрии.

Другой способ логического доказательства теоремы - это **синтетический** метод. В данном методе доказательства непрерывно обсуждается ранее доказанная теорема и теорема доказывается. Так противоположность синтетического метода аналитического метода "известное неизвестное" подтверждается сторонами. То есть, осуществляется с помощью выражения $X \leftarrow Y \leftarrow Z ....... \leftarrow B \leftarrow A$.

Для доказательства теоремы синтетического метода является то, что первый помощник решения исходя из условий теоремы, включает в себе логический вывод. Второй помощник решения исходя из первого помощника решения включает в себе логический вывод и так далее. Если построить таких помощников решений последовательно, то в конце будем иметь такие решения, что приведенное доказательство теоремы будет являться логическим результатом (3).

Рассмотрим следующую теорему доказывая синтетическим методом

**Теорема. Если прямоугольник равен сумме угла соседнего на $180^0$ квадратных трапеции.**

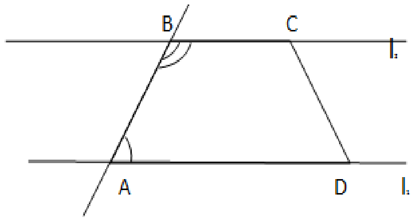


Рис. 2

Даны: ABCD прямоугольник, $\angle A + \angle B = 180^0$. (Рис. 2).

Надо доказать: что ABCD прямоугольник трапеция.

Доказательство. Доказательство этой теоремы не приходит непосредственно из условий теоремы. Таким образом, мы будем стараться построить помощников решения. Для этого мы проведем вспомогательные линии AB, BC и AD (рисунок 1). Если мы примем во внимание, что в соответствии с условиями $\angle A + \angle B = 180^0$ задачи, в соответствии с параллельностью первых признаков BC и AD будем иметь первое решение.

Теперь, мы должны увериться в том что сумма треугольников A и D (или B и C) не равны $180^0$. В этом случае AB и CD не являются параллельными, напротив AB и CD отрезки будут параллельными (в соответствии аксиомы о параллельных прямых линиях Евклида) будем иметь второе решение. Согласно определению, трапеции две стороны параллельны, а остальные два непараллельные трапеции четырехугольника. В этом случае, первое и второе решения трапеция прямоугольника ABCD, мы приходим к выводу, что она представляет собой прямоугольную трапецию.

Использование синтетического метода очень удобен в процессе доказательства несложных теорем.

Основным недостатком метода для доказательства теоремы синтетическим методам, это то что построенный помощник решений трудно определить, ибо они правильные или нет, а иногда даже приходится доказывать само решение. Поэтому, если хотя бы одно решение будет неправильной, то доказать теорему будет сложно.

Если доказывать геометрическую теорему синтетическим методом, то она доказывается аналитическим методом.

Принимая во внимание вышеуказанные пункты отметим, что использование синтетических методов при доказывании несложных теорем, и использование аналитических методов при доказывании сложных теорем дают хорошие результаты с педагогической стороны.

В процессе доказывания геометрических теоремы (в частности, в сложных теоремах) не рассматриваются аналитические и синтетические методы в отдельности друг от друга. Потому что анализ и синтез тесно связаны друг с другом.

В некоторых случаях в процессе доказательства геометрических теорем оба метода могут быть использованы. То есть в одной части использовать аналитический, а в другой синтетический метод.

Сущность аналитического и синтетического методов доказательства геометрических теорем можно объяснить, доказывая следующую теорему:

**Теорема. Если три стороны треугольника соответствуют с тремя сторонами второго треугольника, то эти треугольники будут равны (2).** (Признак конца равных треугольников)

Преподаватель с помощью видеопроектора показывает учащимся теорему и эскизы. Учащиеся списывают эту теорему в тетрадях.

Процесс доказывания осуществляется следующим образом:

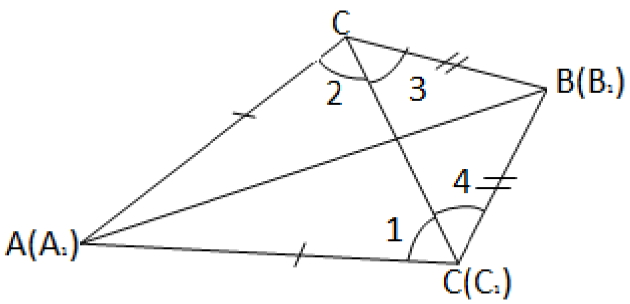


Рис. 3.

**Преподаватель**. Пишет условия и заключения теоремы в алгебраическом выражении.

Преподаватель показывает следующие с помощью видеопроектора.

Даны: Два $\Delta ABC$, $\Delta A_1B_1C_1$ - треугольника,

$$|AB| = |A_1B_1|, |BC| = |B_1C_1|, |AC| = |A_1C_1|$$

Надо доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Процесс доказательства теоремы выполняются методом вопрос-ответ.

**Преподаватель**. В соответствии с условиями теоремы докажем $\Delta ABC$, $\Delta A_1B_1C_1$ - треугольники в рисунке, что равные треугольники. Вопрос, скажите мне, какие треугольники являются равными?

Ответ: Равенство всех элементов треугольника равны, то есть,

$$|AB| = |A_1B_1|, |BC| = |B_1C_1|, |AC| = |A_1C_1|, \ \angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1.$$

**Преподаватель**. Какие стороны и углы треугольника, соответствующие приведенный в рисунке?

**Ответ**: В сторону AB $A_1B_1$ , в сторону BC $B_1C_1$ , в сторону AC $A_1C_1$ , ∟A угол ∟$A_1$ , ∟B угол ∟$B_1$ , ∟C угол ∟$C_1$ соответствуют.

**Преподаватель**. Обратите внимание, как изображены треугольники на рисунке?

**Ответ**. AB стороны в верхней части $A_1B_1$ .

**Преподаватель**. Скажите ваше определение равнобедренного треугольника.

**Ответ.** Если треугольник имеет две равные стороны, то это равнобедренный треугольник.

**Преподаватель**. Вспомните теоремы и свойства равнобедренного треугольника.

**Ответ**:

1-теорема. Высота установленный на основу равнобедренного треугольника, есть и медиана и биссектриса.

2-теорема. Основа равнобедренного треугольника равна углам.

**Преподаватель**. Есть ли равнобедренные треугольники на рисунке (рис.3.)? Если есть, то скажите.

**Ответ.** $A_1CC_1$ и $CB_1C_1$ треугольник на рисунке являются равнобедренными треугольниками.

**Преподаватель**. На основании 2-теоремы приведенный для $A_1CC_1$ и $CB_1C_1$ равнобедренных треугольников, сделайте вывод.

**Ответ.** Для равнобедренного треугольника в соответствии теоремой 2 будет $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4_1,$ , можно заключить.

**Преподаватель**. Приходим к выводу, что этот вывод $\angle A_1CB_1 = A_1C_1B_1$ .

**Преподаватель**. Из этого вывода $|AB| = |A_1B_1|, |BC| = |B_1C_1|, |AC| = |A_1C_1|$ и придем к доказательству что оба $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ .

**Преподаватель**. Мы действительно полагались на опыт и обобщая вышеуказанные выводы доказали что теорема правильная в целом.

**Преподаватель**. Показывает доказательство теоремы в алгебраическом выражении, и учащиеся списывают в тетрадях.

В доказательстве геометрических теорем, помимо аналитического и синтетического методов, метод **индукции** также играет важную роль. Способ общего вывода на основании частных заключений геометрических теорем называется **индукцией**.

Для доказательства теоремы с помощью этого метода состоит из следующих этапов:

1. Множество натуральных чисел проверяет начальные значения n;

2. Когда вывод n = к, то предполагается правильным;

3. на основании предположения вывода для n=k+1 доказывается что также окажется правильным.

Приведем доказуемую формулу при помощи этого метода.

**Теорема. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника равно на $180^0$(n-2).**

**Доказательство**. В соответствии с условиями теоремы должна быть $n \geq 3$ .

1) Если n = 3, тогда $180^0$*(3-2)=$180^0$ будет равен n = 4 вывод будет правильным, так как сумма внутренних углов выпуклого прямоугольника равен $360^0$.

2) В случае п = к вывод будет правильным, то есть, предположим, что сумма внутренних углов выпуклого k угла равна $180^0$(k-2).

3) Теперь видим, что сумма внутренних углов (k+1) выпуклых углов равна $180^0$(k+1-2)=$180^0$(k-1).

Для этого возьмем (к + 1) выпуклый произвольный угол $A_1A_2A_3......A_kA_{k+1}$, объединим $A_l$ и $A_r$ кончики с прямой линией, получим $A_1A_2A_3......A_k$ выпуклый k угол. Здесь сумма внутренних углов (к + 1) угла будет равна выпуклого угла к и сумме внутренних углов треугольника $A_1A_kA_{k+1}$ . По 2-предположению сумма внутренних углов выпуклого угла к равна $180^0$(k-2), соответственно. Поэтому сумма внутренних углов выпуклого угла (к + 1) будет $180^0$(k-2)+$180^0$=$180^0$(k-1). Итак когда $n \geq 3$ теорема будет уместной·

Повышенность умственной активности на уроках геометрии принуждает учащихся не погашать интерес в изучаемом материале, быть активным во время урока, быть сосредоточенными восприятию новых материалов. В связи с этим, это очень важно, что преподаватели должны работать над поиском новых методов и способов преподавания в целях усовершенствования мышления учащихся и способствования стремлению получать новые знания.

Если методика преподавания геометрии будет усовершенствован на основании вышеуказанных способов, то навыки и умения доказывать геометрические теоремы у учащихся будут эффективными.

***References:***


1. *Karimov IA. High spirituality is an invincible force. Tashkent, 2008; 173.*
2. *Ikramov J. Math student culture: Methodological aspects of the development of thought and language students in teaching mathematics. Tashkent, 1982; 120.*
3. *Mirzaev C. Problems of methodology of teaching mathematics in secondary and specialized secondary educational institutions. Gulistan, 2006; 145.*
4. *Tazhiev M. The conceptual analysis of the study polinometric school: Journal "Search", Journal of Higher School of Kazakhstan, Almaty, 1997, №2; 104-113*