

Nikolaj V. Zakharchenko,
ScD (Doctor in Technical Sciences), professor,

Alexandr V. Kochetkov,
ScD, lecturer,

Danijar N. Bektursunov,
post-graduate,
Odessa National Academy of Telecommunications

Increase the Capacity of Nyquist Elements at Timed Coding

Key words: *timing signals, enlarged signals, signal design.*

Annotation: *Compares positional and timing information coding capacity of nyquist element. A method of forming a plurality of allowed codeword based on a number of subsets, differing in the number of signal segments in the overheads of different duration.*

Постановка задачи. В работе анализируются условия передачи по каналам с базой $B = t_0 \times \Delta F = 1 \div 2$; t_0 – длительность переходного процесса на выходе канала с полосой $\Delta F \rightarrow t_0 = 1/\Delta F$ – называемого найквистовым элементом.

Под полосой ΔF понимается реальная полоса ΔF_p деленная на 1,3 (уменьшение на 30% связано с нелинейностью амплитудно и фазочастотных характеристик).

Под позиционным кодированием (ПК) понимается представление числа N через коэффициенты системы исчисления соответствующей алфавиту канала “ a ” (a – число состояний информационного параметра) (I)

$$N = \alpha_n a^n + \dots + \alpha_2 a^2 + \alpha_1 a^1 + \alpha_0 a^0;$$

$$\alpha \in 0; 1; \dots (a - 1).$$
(1)

Для примера рассмотрим представление двух чисел: 23 и 31:

$a = 10; \alpha \in 0 \div 9$ Для десятичной системы:

$$N_1 \longrightarrow 23 \qquad 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 \longrightarrow 23$$

$$N_2 \longrightarrow 31 \qquad 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0 \longrightarrow 31$$

$a = 2; \alpha \in 0 \div 1$ Для двоичной системы:

$$N_1 = 23 \longrightarrow 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \longrightarrow 10111$$

$$N_2 = 31 \longrightarrow 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \longrightarrow 11111$$

Из этих примеров видно, что с ростом “ a ” уменьшается число цифр в представлении одного и того же числа (1).

В канал связи отдельные коэффициенты α_i разложения (1) передаются отрезками сигнала длительностью t_0 с различными амплитудами или различными частотами, или начальными фазами. В момент изменения коэффициента в представлении (1) происходит модуляция (изменение) информационного параметра (2).

К недостаткам позиционного кодирования следует отнести:

1. Минимальное энергетическое расстояние при ПК между кодовыми словами (КС) равно энергии найквистового элемента, что «излишнее» для каналов с вероятностью ошибки $P_{ош} < 10^{-4}$: уменьшив энергетическое расстояние между КС можно увеличить число реализаций.

2. При длине кода “ n ” элементов число реализаций N_p кодовых слов $N_p = a^n$, при этом количество информации в кодовом слове $I_{КС} = n \log_2 a$ бит, а в одном элементе Найквиста $I_n = \log_2 a$ бит.

Принципиальным недостатком ПК является невозможность регулировать энергетическое расстояние между КС и, следовательно, увеличивать число реализаций на заданном интервале времени.

Для примера в табл. 1 представлено качество передачи кодовых слов по каналу городской телефонной сети (ГТС) при ПК и при кодировании за счет длительности отдельных сигналов “ τ_{ci} ” кодовых конструкций (таймерных сигнальных конструкций – ТСК) (3).

Таблица 1

ПК				ТСК, при $S = 7, (\Delta = 0,143 t_0)$			
n	$N_{пер}$	$N_{ош}$	$P_{ош}$	n	$N_{пер}$	$N_{ош}$	$P_{ош}$
10	10^6	700	7×10^{-4}	9	10^6	104	$1,04 \times 10^{-4}$
20	10^6	770	$7,7 \times 10^{-4}$	17	10^6	1150	$11,5 \times 10^{-4}$
40	10^6	1500	15×10^{-3}	33	10^6	1620	$1,6 \times 10^{-3}$

В табл. 1 приняты следующие обозначения: $N_{пер}$ – число переданных кодовых слов, $N_{ош}$ – число ошибок принятых кодовых слов, n – длина кодового слова найквистового элемента.

Из таблицы 1 следует, что, несмотря на то, что энергетическое расстояние между КС при ТСК определяется энергией в 7 раз меньше чем при ПК ($S = 7$), вероятности ошибки при близких длительностях КС отличаются незначительно.

В таймерных кодах информация заложена в количестве информационных отрезков “ i ” расположенных на интервале $T_{ck} = mt_0$, местах их положения на интервале T_{ck} и длительностями каждого ($\tau_{ci} \geq t_0 + k\Delta$ ($k \in 1; 2; z - \text{целое число}$)). Величина Δ определяет шаг изменения длительностей отрезков, обеспечивающий заданную вероятность ошибочного определения длительности отрезков τ_{ci} на приеме (для канала ГТС (табл. 1) $\Delta = t_0/7 = 0,143 \times t_0$).

На рис. 1 представлены реализации ТСК при 3-х отрезках с ограничением минимальных и максимальных значений на интервале одного периода $T_{ck} = 7t_0$ при $S = 5$:

- a) формирование 5 элементов Δ на интервале элемента найквиста;
- b) кодовое слово при длительностях 3-х отрезков слова и возможных местах положения;
- c) кодовое слово при $t_{1min}, t_{2min}, t_3 = t_0 + 1\Delta$;
- d) кодовое слово при $t_{1min}, t_{2min}, t_{3max}$;
- e) кодовое слово при $t_{1min}, t_{1max}, t_{2max}, t_{3max}$.

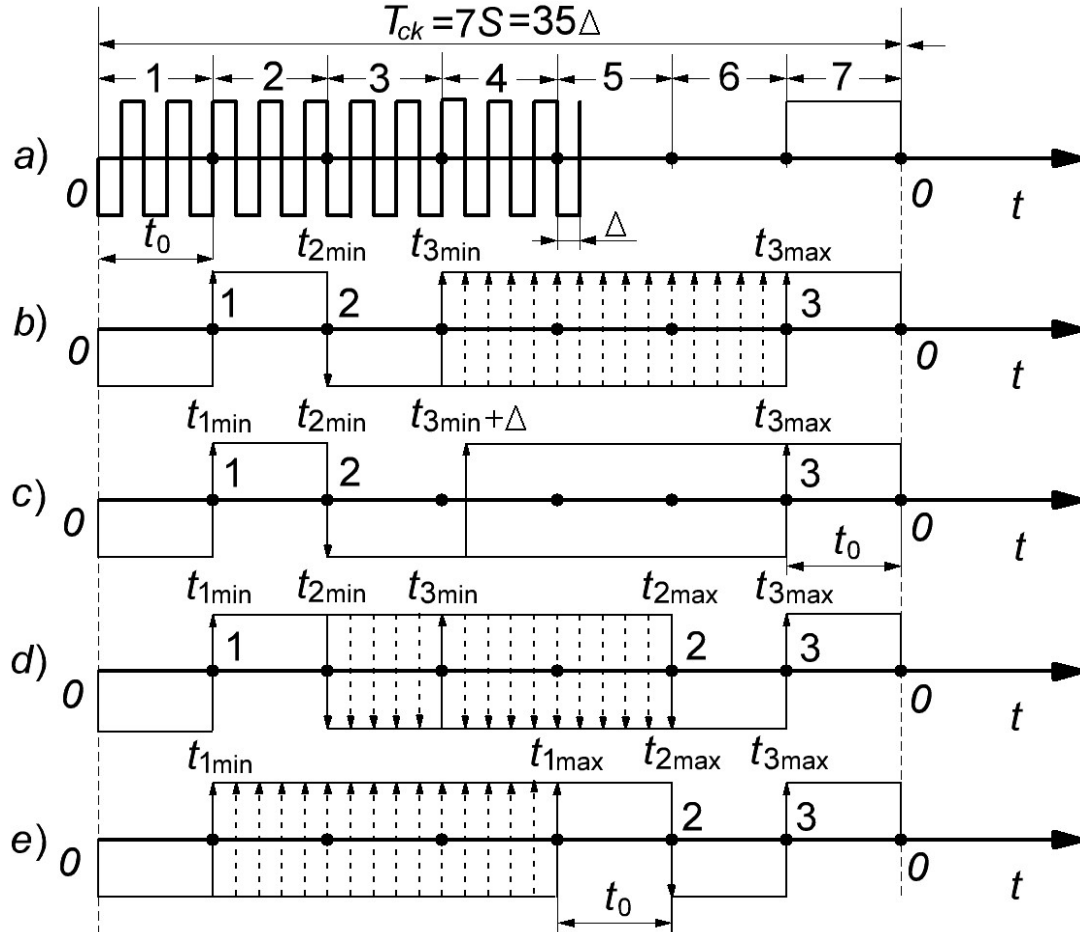


Рисунок 1 – Реализации ТСК при $S = 5, m = 7, i = 3,$
 $t_{1min} = 5\Delta, t_{2min} = 10\Delta, t_{3min} = 15\Delta, t_{1max} = 20\Delta, t_{2max} = 25\Delta, t_{3max} = 30\Delta$

В таблице 2 в числителе представлено число реализаций ТСК при $i=3, m \in 4 \div 10$ при $S = 2; 4; 6; 7; 8, (3)$

$$N_P = \frac{[mS - i(S - 1)]!}{i!(mS - iS)!}, \quad (2)$$

а в знаменателе – количество информации содержащейся в одном найквистовом элементе:

$$I_H = \frac{\log_2 N_P}{m} \quad (3)$$

$m \backslash S$	4 $2^4=16$	5 $2^5=32$	6 $2^6=64$	7 $2^7=128$	8 $2^8=256$	9 $2^9=512$	10 $2^{10}=1024$
2	10/0,83	35/1,026	84/1,065	165/1,052	286/1,02	455/0,98	680/0,941
4	35/1,282	165/1,473	455/1,472	969/1,417	1771/1,349	2925/1,279	4495/1,213
6	84/1,598	455/1,766	1330/1,730	2925/1,645	5456/1,552	9139/1,462	14190/1,379
7	120/1,727	680/1,882	2024/1,831	4495/1,733	8436/1,630	14190/1,533	22100/1,443
8	165/1,842	969/1,984	2925/1,919	6545/1,811	12341/1,699	20825/1,594	32509/1,499

Из таблицы 2 следует:

1) В двоичном канале без изменения алфавита за счет резкого увеличения числа реализаций $N_p \gg 2^m$ можно передать более двух бит информации на одном найквистовом элементе (при позиционном кодировании $I_H = \log_2 2 = 1$).

2) Максимальное количество информации на один элемент передается при длине сигнальной конструкции $T_{ck} = 5t_0$.

3) При изменении алфавита канала число реализаций и, следовательно, I_H существенно увеличиваются. Например, при $a = 5$ число реализаций увеличится в $[(5/2)]^3 = 15,625$ раз. Тогда для $m = 8$, $i = 3$ и $S = 7$ (табл. 2) число реализаций N_p будет $(8436 \times 15,625) = 133375$, то есть один найквистовый элемент будет содержать ($I_H = \log_2 133375$) более 17 бит информации.

Для увеличения множества используемых таймерных сигнальных конструкций без изменений алфавита канала $a = 2$ целесообразно объединять подмножества с различным числом отрезков “ i ” для одного и того же интервала реализации “ m ” и значения “ S ”.

Для примера в таблице 3 приведены числа реализаций на интервале $m = 5$ при $S \in 6; 7; 8; 9$; для $i \in 2; 3; 4; 5$ (3).

Таблица 3

$i \backslash S$	2	3	4	5
6	190	455	210	1
7	253	680	330	1
8	325	969	495	1
9	406	1330	715	1

Если необходимо передать любую пару букв алфавита русского языка из $(32 \times 32) = 1024$ реализаций можно взять реализации при $m = 5$; $i = 3$; $S = 8$ (969 реализаций), а

недостающие добавить из реализаций при $i = 2$. В этом случае каждый найквистовый элемент будет содержать $I_H = \frac{\log_2 1024}{5} = \frac{10}{5} = 2$ бита информации.

Аналогичное кодовое уплотнение можно произвести для двух байт информации на интервале одного байта (4).

В самом деле, множество реализаций при наличии двух байтов $N_p(2S) = 256 \times 256 = 65536$. При параметрах сигнальных конструкций $m = 8$; $S = 7$; $i = 5$; согласно выражению (2) можно получить $N_p = 65780$.

Таким образом, и при $m = 5$ и при $m = 8$ можно получить 2 бита информации на один найквистовый элемент при $a = 2$, т.е. в два раза больше по сравнению с ПК ($\log_2 2 = 1$).

Большее число реализаций таймерных сигналов на заданном интервале времени помимо удвоения информационной емкости найквистового элемента в бинарном канале можно использовать для создания равновероятной передачи кодовых символов при неравновероятном первичном алфавите. Для этого достаточно каждому первичному символу x_i (буквы) создать «свой» банк разных кодовых слов, число которых равно ближайшему целому числу в процентах вероятности появления символов $E^+[P(x_i)]\%$. Кодовые слова каждого символа «зациклены» и по очереди передаются в канал при наличии появления символа x_i в передаваемом тексте. Тогда отличие частоты передачи различных кодовых слов будет в пределах одного процента, что создает невозможным применение статистического декодирования кодограммы.

В результате можно сделать вывод, что использование таймерного кодирования позволяет:

1. Увеличить скорость передачи информации по сравнению с позиционным кодированием за счет увеличения информационной емкости найквистового элемента.
2. Реализовать равновероятное распределение кодовых слов при передаче в канале, что увеличивает сложность декодирования.

References:

1. Zakharchenko NV, Zakharchenko NV, Krysh'ko AS. *Basics of coding: Proc. allowance. Odessa, UGAS after AS. Popov, 1999; 240.*
2. Zakharchenko NV, Kisel VV, Buryachenko BD. *Parameters set signal constructions: Naukovi pratsi, UDAS after AS. Popov. Odesa, 2001, № 2; 82-86.*
3. Zakharchenko NV. *The committing systems, Volume 1: Noiseimmunity coding: a textbook [for students of technical schools] Odessa, Feniks, 2009; 448.*
4. Zakharchenko NV. *Sealing codes with timing signals: Zakharchenko NV, Gorokhov YS, Kril AS, Kovalchuk SV.: Modern information technology security and defense № 3 (24), Kiev, 2015; 38 - 43.*