

*Yutij Ya. Kirsanov,  
Engineer,  
Ural Branch ORGRES*

## Retarded Potentials and Physics Postulates

**Key words:** *physics postulates, retarded potentials, electromagnetic phenomena.*

**Annotation:** *The notion of "retarded potentials" field of a moving charge in a classical form allows explaining the nature of several electromagnetic phenomena that are postulated only as experienced. This representation of the "retarded potentials" as applied to the field of electric charges and the charge-mass detects that known in mechanics the kinetic energy of moving particles and have extra energy of their field related to its deformation as a result of the mentioned "potential delay".*

### **Введение**

Впервые в 1835 году Гаусс изложил представление о том, что при движении зарядов относительно друг друга в каждом новом их взаимном положении потенциал взаимодействия между ними должен изменяться не сразу, а с определенным запаздыванием. Это должно приводить к отличию закона взаимодействия движущихся зарядов от кулоновского. В 1898 году А. Льенард и в 1900 году Е. Вихерт также, разрабатывая эту идею получили выражения для поля движущихся зарядов, к которым применили характеристику «с запаздывающими потенциалами» (1,2). Естественно принять, что в мировом пространстве заряды (и электрические и гравитационные) имеют разные скорости движения. И при этом (в силу конечности скорости света) излучающие (каким-либо образом) заряды только в покое имеют сферически симметричную картину распространения от них волн и сферическую симметрию поля напряжений. У движущихся зарядов симметричность картины распространения волн должна нарушаться (их плотность впереди увеличивается, а позади - уменьшается). Соответственно, напряженность поля (градиент потенциалов) впереди движущегося заряда выше, а позади ниже.

Оказалось (показано в настоящей работе), что представление о «запаздывании потенциалов» поля движущегося заряда по Ленарду-Вихерту в его классическом виде позволяет объяснить природу таких электромагнитных явлений как закон Ампера (взаимодействие токов), закон Фарадея (явления индукции и взаимоиндукции), которые постулировались только как опытные. Также указанное представление о «запаздывании потенциалов» в применении к полю электрических зарядов и зарядов-масс обнаруживает, что известная в механике кинетическая энергия движущихся

частиц и есть добавочная энергия их поля связанная с его деформацией в результате упомянутого «запаздывания потенциалов».

## 1 Запаздывающие потенциалы

### 1.1 Поле движущегося точечного заряда

На рис.1 изображен точечный заряд, который в момент  $t=0$  получил импульс и начал движение с постоянной скоростью  $V$ . Через некоторое время  $t$  волна расширения области занятой его сопутствующим (новым) полем продвинулась до радиуса  $r_0 = ct$ . Очевидно, что в точках этой сферы поле эквипотенциально, каким оно было бы, если бы сам заряд оставался на месте. Однако, двигаясь, заряд за это время ушел на расстояние равное  $Vt$  (см. рисунок), нарушив эксцентricность относительно себя этой эквипотенциальной сферы (на чертеже-линии). Точно также и другие, промежуточные эквипотенциальные линии имеют свои (смещенные относительно текущего положения заряда) “центры рождения” на линии его движения. В результате движения заряда, мы имеем систему эквипотенциальных линий, отстающих от их положения при кулоновской симметрии, когда центр

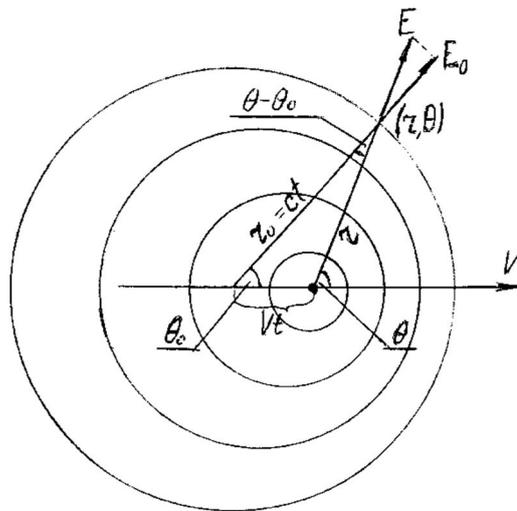


Рис.1

сферы (линии) радиуса  $ct$  отстает от текущего положения заряда на расстояние  $Vt$ . На рисунке точка крайней эквипотенциальной линии на волне-границе между уходящим «старым» полем и расширяющимся новым», которая в данный момент имеет относительно текущего положения заряда координаты  $r$  и  $\theta$  в исходном положении ( $t=0$ ) имела другие значения –  $r_0$  и  $\theta_0$ . Из рисунка видно, что  $r(\theta)$  можно выразить через  $r_0$  как:

$$r(\theta) = r_0 \cos(\theta - \theta_0) - Vt \cos\theta = r_0 \left[ \cos(\theta - \theta_0) - \frac{V}{c} \cos\theta \right]. \quad (1)$$

Как видим, одинаковое число эквипотенциальных линий с “фронтальной” и “тыльной” стороны заряда уместаются на разных отрезках длины. Это значит, что напряженность

поля (на одинаковых расстояниях от заряда) во «фронтальной» стороне ( $\theta=0$ ) больше чем в «тыльной» ( $\theta=\pi$ ).

Чтобы определить напряженность поля в точке  $(r, \theta)$  (в координатах относительно текущего положения заряда), заметим что, если бы заряд, покоился, то напряженность поля в этой точке (т.е. с координатами  $r$  и  $\theta$ ) была бы равна:

$$E_0(r, \theta) = K \frac{q_0}{r^2} \quad (2)$$

где  $K$  в системе СИ равно  $1/4\pi\epsilon_0$ . Учитывая, что плотность эквипотенциальных линий вдоль  $r$  равномерно из-за равномерности (по инерции) движения заряда увеличена на коэффициент  $r_0/r$ , то ее действительное значение  $E(r, \theta)$  мы получим, умножив (2) на этот коэффициент, получив его из выражения (1):

$$E(r, \theta) = K \frac{q_0}{r^2} \frac{1}{\cos(\theta - \theta_0) - \frac{V}{c} \cos \theta}.$$

Умножим и разделим это выражение на  $\cos(\theta - \theta_0) + \frac{V}{c} \cos \theta$ . Тогда, учитывая что  $\cos(\theta - \theta_0) = \sqrt{1 - (V^2/c^2) \sin^2 \theta}$  (что определяется из треугольника  $r - Vt - r_0$  (рис. 1)), получим другое выражение для поля напряженностей равноценное, но более удобное для физических выводов:

$$E(r, \theta) = K \frac{q_0}{r^2} \frac{\cos(\theta - \theta_0) + \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \approx K \frac{q_0}{r^2} + K \frac{q_0}{r^2} \frac{V}{c} \cos \theta. \quad (3)$$

Проведенное здесь приближение допустимо для случаев, когда  $V^2/c^2 \ll V/c$ . Нами оно в работе будет использоваться в дальнейшем. Это выражение представляет собой «деформированное» кулоновское поле, то есть поле с увеличенной, напряженностью в направлении  $\theta$  и уменьшенной в сторону  $(180^\circ - \theta)$ . Это поле (на рис.2 ограничено условно-крайней эквипотенциальной) является суперпозицией кулоновского поля  $Kq_0/r^2$  и деформационной (релятивистской) добавки (рис.2б). Деформационная добавка поля в общем равна:

$$\delta E(r, \theta) = K \frac{q_0}{r^2} \frac{\cos(\theta - \theta_0) + \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - K \frac{q_0}{r^2} \approx K \frac{q_0}{r^2} \frac{V}{c} \cos \theta. \quad (4)$$

Иногда удобно для этой добавки представлять воображаемый источник (рис.2б). По знаку  $\cos \theta$  и направлению векторов напряженности этот источник с «фронтальной» стороны положителен, а с «тыльной» - отрицателен. Такой «заряд» не диполь. Назовем его «тандемным».

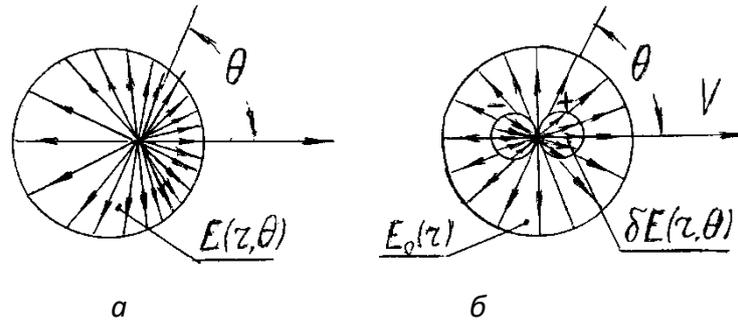


Рис.2

Об описываемом «отставании» поля движущихся зарядов прямым образом можно заключить, рассматривая известный эффект Доплера у движущегося радиисточника. Этот эффект заключается в сокращении длин волн впереди движущегося источника и увеличении позади с соответствующим увеличением и уменьшением амплитуды напряженности поля. Тогда, представляя уменьшение частоты излучения, в пределе мы получим стационарное (относительно источника) поле описанное нами выше.

### 1.2 Обращенный заряд

Выражение (3) представляет произведение выражения кулоновского поля на коэффициент справа, зависящий от направления  $\theta$  относительно вектора скорости. То есть, этот коэффициент имеет смысл величины заряда, **обращенной** в направлении  $\theta$ :

$$q(\theta) = q_0 \frac{\cos(\theta - \theta_0) + \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \approx q_0 + q_0 \frac{V}{c} \cos \theta. \quad (5)$$

Полученное обращенное значение заряда (также как и поле с запаздывающими потенциалами (3)) можно представить как суперпозицию кулоновской части  $q_0$  и релятивистской добавки  $\delta q$ , которая, очевидно, будет равна:

$$\delta q(\theta) = q_0 \frac{\cos(\theta - \theta_0) + \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - q_0 \approx q_0 \frac{V}{c} \cos \theta. \quad (6)$$

Графически это выражение (как и релятивистская часть обращенного поля (4) напряжений), дает фигуру, представленную на рис.2в в виде «тангема» двух зарядов **похожего** на диполь. Здесь стрелками обозначены направленные зарядовые векторы.

## 2 Привязанная волна

В явлении искажения симметрии поля движущегося заряда вызывающим сомнение является тот факт, что напряженность поля во фронтальной области (на тех же расстояниях от заряда) больше чем в тыльной стороне. Эта разница напряженностей, казалось бы, должна тормозить движение заряда. В связи с этим заметим, что аналогичная противоречивая на первый взгляд ситуация существует также у такого явления как движение волны в упругой среде. Например, у единичной волны в виде одного периода синусоиды тоже налицо отсутствие статического равновесия напряженностей. Очевидно, что такая конфигурация распределения напряженностей может существовать только в динамике движения волны. Можно положить, что в движении заряда мы имеем присутствие двух взаимосвязанных движений: заряда как целого, как частицы и перемещения вместе с ним как волны асимметричной конфигурации поля его напряженностей. Указанное поступательное продвижение локальной области концентрации напряженностей с одного участка упругой среды на другой, очевидно, сопровождается местным (вблизи заряда) движением самой среды. А это значит, что на скорости движения заряда, получившего данный импульс кроме его собственной массы должна сказываться некие физические свойства среды, в которой движется заряд. Итак, вместе с движением заряда мы имеем движение как бы “привязанной” к нему волны, которая через физические свойства (типа упругости и плотности) заполняющей среды оказывает влияние на скорость его движения. Такой «материальности» энергии силового поля соответствует известное представление, что энергия обладает массой.

### 3 Взаимодействие релятивистских зарядов

На рис. 2 обращенность заряда, то есть зависимость его значения от направления  $\theta$  иллюстрируется длиной зарядовых векторов. А аналитически это выражается формулой (5). Заметим, что в отличие от сферически симметричных (кулоновских) зарядов с обращенными зарядами возникает принципиальный вопрос. Дело в том, что одно и то же поле в точке нахождения нашего заряда (рис.3) может быть получено как от заряда источника поля расположенного в стороне направления  $\theta$  (здесь притяжение), так и от заряда расположенного на том же расстоянии со стороны направления  $\theta+180^0$  (отталкивание). Однако, сила равная произведению



Рис.3

напряженности поля  $E$  (5) на обращенный заряд, в обоих случаях (если считать, что заряд взаимодействует с полем одной стороной) получается разная. Это

противоречие наводит на мысль, что с **окружающим полем релятивистский заряд взаимодействует обеими сторонами**. И это значит, что к силе, действующей на сферически симметричную часть заряда, прибавляются силы действия поля на добавочные части, описываемые формулой (6) и образующие для  $\theta$  и  $\theta+180^0$  “тандем” из добавочных зарядов  $\delta q(\theta)$  и  $\delta q(180^0+\theta)$  (см. рис.2в). Этот «тандем» не является самостоятельной частицей и не надо его путать с диполем. Итак, добавочные силы, соответственно, будут равны:

$$\delta F(\theta) = E \cdot \delta q(\theta) = E \cdot \left( q_0 \frac{\cos(\theta - \theta_0) + \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - q_0 \right) \approx E q_0 \frac{V}{c} \cos \theta \quad (7)$$

и

$$\delta F(180^0 - \theta) = E \cdot \left( q_0 \frac{\cos(\theta - \theta_0) - \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - q_0 \right) \approx -E q_0 \cos \theta. \quad (8)$$

Здесь приближения имеют те же основания, как и в формулах выше.

Определяя силу, действующую на заряд с учетом релятивистской прибавки к кулоновской силе, мы должны прибавить разницу сил действующих в направлениях  $\theta$  и  $(180^0-\theta)$ , которые представляются (7) и (8). С учетом этой разницы для полной силы воздействия поля  $E$  на релятивистский заряд получим:

$$\begin{aligned} F &= E \cdot q_0 + E \delta q(\theta) - E \delta q(180^0 - \theta) = \\ &= E \cdot q_0 + E \cdot q_0 \left( \frac{\cos \theta - \theta_0 + \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - 1 \right) - E \cdot q_0 \left( \frac{\cos \theta - \theta_0 - \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - 1 \right) = E \cdot q_0 \left( 1 + \frac{2 \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right), \end{aligned}$$

или:

$$F = E q_0 \left( 1 + 2 \frac{V}{c} \cos \theta \right) \quad (9)$$

В правой части этого равенства заряд с множителем в скобках умноженный на напряженность, сразу дает действующую на заряд силу. Здесь заряд с множителем в скобках назовем “движимым зарядом”:

$$q_D = q_0 \left( 1 + \frac{2 \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right). \quad (10)$$

или

$$q_D \approx q_0 \left(1 + 2 \frac{V}{c} \cos \theta\right). \quad (10')$$

В качестве действующего на движимый заряд поля в частности может быть поле другого релятивистского заряда, находящегося на расстоянии  $r$  со своими значениями  $q$ ,  $V$  и  $\theta$  (формула (3 □□)). Умножая выражение напряженности поля (3') от заряда 1 на выражение (10) для обращенного значения движимого заряда 2 получим общее выражение силы взаимодействия двух релятивистских зарядов:

$$F(q_1, q_2) = K \frac{q_{01}}{r^2} \frac{\cos(\theta_1 - \theta_{01}) + \frac{V_1}{c} \cos \theta_1}{1 - \frac{V_1^2}{c^2}} \cdot q_{02} \left(1 + \frac{2 \frac{V_2}{c} \cos \theta_2}{1 - \frac{V_2^2}{c^2}}\right),$$

или:

$$F(q_1, q_2) \approx K \frac{q_{01}}{r^2} \left(1 - \frac{V}{c} \cos \theta\right) q_{02} \left(1 - 2 \frac{V}{c} \cos \theta\right).$$

Подчеркнем что, надо различать два вида записи выражений для релятивистского заряда: 1. Когда заряд фигурирует в выражении для поля с запаздывающими потенциалами сам как источник этого поля (формула (3 □□)) и 2. Запись для “движимого заряда” (10), когда умножение этого выражения на напряженность поля в точке нахождения заряда сразу дает силу (как мы говорили - двустороннюю) действующую на этот заряд.

#### **4 Запаздывающие потенциалы и законы электромагнетизма (Ампера, Фарадея и др.)**

##### **4.1 Релятивистское взаимодействие электронов параллельных проводников с током**

Как известно, в металле проводника с током электроны проводимости, находясь в хаотическом тепловом движении, имеют составляющую скорости “дрейфа” в направлении тока. Используя представление об эффекте запаздывания потенциалов, о котором говорилось в разделе 1 к свободным электронам в проводниках с током, рассмотрим возможное проявление этого эффекта во взаимодействии находящихся в движении электронов двух соседних проводников с током. Применим полученные выше выражения (раздел 2) для определения силы взаимодействия двух выделенных электронов в проводниках 1 и 2, представленных на рис 4.

Определяя силу воздействия поля электрона проводника 1, на выделенный электрон проводника 2, предварительно заметим, что в металле проводника у каждого

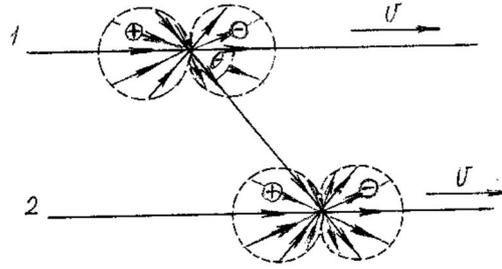


Рис.4

из движущихся электронов кулоновская (сферически симметричная) часть заряда скомпенсирована положительным зарядом ионов решетки. В результате этого снаружи проводника может проявляться только релятивистская «тандемная» часть поля электронов, которая представляется формулой (4):

$$E_T(r, \theta) = K \frac{e_0}{r^2} \frac{V}{c} \cos \theta. \quad (12)$$

Под действием этого поля (электрона проводника 1) находится выделенный нами электрон проводника 2, (см. рис 4) у которого также как у электрона 1 сферически симметричная часть заряда скомпенсирована положительным полем ионов решетки. Поэтому в поле электрона 1 окажется не скомпенсированная релятивистская часть движимого заряда электрона 2, которую получим из (10) (записав его для заряда электрона), заряд электрона в покое:

$$e_D = e_0 \left(1 + 2 \frac{V}{c} \cos \theta\right) - e_0 = 2e_0 \frac{V}{c} \cos \theta. \quad (13)$$

График, построенный по этой формуле, и дает фигуру «тандема» из двух релятивистских электронов, о чем говорилось в разделе 2.

Произведение напряженности поля (12) от электрона проводника 1 (ее не скомпенсированной части) на не скомпенсированную часть заряда движимого электрона проводника 2 (13) и даст силу их взаимодействия. Для случая равных (дрейфовых) скоростей обоих электронов получим:

$$F_{1-2} = 2K \frac{e_0^2}{r^2} \frac{V^2}{c^2} \cos^2 \theta. \quad (14)$$

Мы видим, что есть единственное взаимное расположение наших «тандемных» электронов, когда сила их взаимодействия обращается в нуль это, когда значение  $\theta = \pi/2$ , то есть для электронов расположенных друг против друга. Из рисунка (4) по обращенности знаков зарядов видно, что, несмотря на отсутствие взаимодействия «тандемных» электронов расположенных в параллельных проводниках друг против друга (когда в формуле (14)  $\theta = 90^\circ$ ), взаимодействие с боковыми «тандемными» электронами приведет проводники к взаимодействию между собой. Причем однонаправленное движение электронов (тока) в обоих проводниках приводит их к притяжению, а разнонаправленное - к отталкиванию (как это наблюдается на практике).

#### 4.2 Сила взаимодействия проводников с током

Пусть по рассмотренной выше схеме в двух проводниках взаимодействуют не отдельные “тандемные” электроны, а элементарные “тандемные” заряды, сформированные как  $\rho dl$ , где  $\rho$  - линейная плотность в проводнике электронов проводимости, а  $dl$  – элементарные участки длины этих проводников (рис.5). Тогда, если  $v$ -дрейфовая скорость движения в проводниках электронов, то для силы взаимодействия этих элементарных тандемных зарядов аналогично (14) можно записать:

$$d^2 F(l, \theta) = 2K \frac{(\rho \cdot dl)^2 V^2}{r^2 c^2} \cos^2 \theta, \quad (15)$$

где  $r$  и  $\theta$ -координаты взаимного положения электронов.

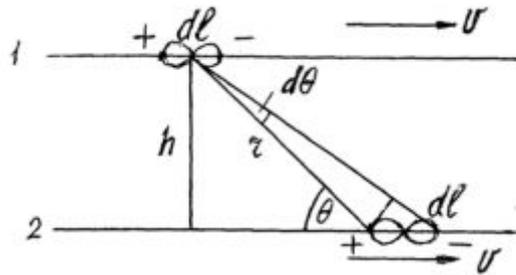


Рис.5

Для определения составляющей силы взаимодействия проводников в направлении их друг к другу, перед интегрированием мы должны (15) умножить на  $\sin \theta$ . Тогда получим:

$$d^2 F(l, \theta) = 2K \frac{\rho^2 V^2}{c^2 r^2} \cos^2 \theta \sin \theta \cdot dl dl \quad (16)$$

Из рисунка определим:  $r = \frac{h}{\sin \theta}$  ( $h$  – расстояние между проводника-ми),

$dl = \frac{rd\theta}{\sin \theta} = \frac{h}{\sin^2 \theta} d\theta$ . Подставив эти значения в (16), получим:

$$d^2 F(l, \theta) = 2K \frac{\rho^2 V^2}{c^2 h} \cos^2 \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot dl,$$

Интегрируя это выражение по  $\theta$ , получим:

$$dF(\theta, l) = 2K \frac{V^2 \rho^2}{c^2 h} \int_0^\pi \cos^2 \theta \cdot d \cos \theta \cdot dl = 2K \frac{V^2 \rho^2}{c^2 h} \frac{\cos^3}{3} \Big|_0^\pi dl.$$

После подстановки пределов интегрирования получим силу взаимодействия элементарного заряда  $\rho dl$  верхнего проводника со всеми «тандемными» элементарными зарядами нижнего проводника:

$$dF(l) = K \frac{4 V^2 \rho^2}{3 c^2 h} dl .$$

Учтя, что в системе СИ  $K=10^{-7}c^2$ , отсюда получим:

$$dF(l) = \frac{4}{3} \cdot 10^{-7} \frac{\rho^2}{h} V^2 dl . \quad (17)$$

Заметим, что эта формула получена из предположения, что все электроны проводников имеют постоянную скорость  $V$ . Однако известно, что дрейфовая скорость электронов тока не является равномерной, а от столкновения к столкновению (с некоторыми центрами рассеяния) скорость каждого электрона равномерно нарастает от 0 до  $V_{max}$ . Тогда очевидно, что для учета по (17) вклада в силу взаимодействия каждого уровня скорости необходимо силу считать не по средней скорости  $V$ , а по средней величине  $V^2$ . То есть (17) мы должны переписать:

$$dF(l) = \frac{4}{3} \cdot 10^{-7} \frac{\rho^2}{h} \frac{1}{V_{max}} \int_0^{V_{max}} V^2 dl = \frac{4}{3} \cdot 10^{-7} \frac{1}{V_{max}} \frac{V^3}{3} \Big|_0^{V_{max}} dl,$$

откуда

$$dF = \frac{4}{3} \cdot 10^{-7} \frac{\rho^2}{h} \frac{V_{max}^2}{3} dl . \quad (18)$$

Так как арифметическое среднее значение скорости равно  $V_{cp} = V_{max}/2$ , то, выразив отсюда  $V_{max}$ , и подставив в (18), получим:

$$dF = \frac{4}{3} \cdot 10^{-7} \frac{\rho^2}{h} \frac{4}{3} V_{cp}^2 dl = 1,8 \cdot 10^{-7} \frac{\rho^2}{h} V_{cp}^2 dl . \quad (19)$$

Здесь, как известно,  $\rho V$  представляет ток в проводнике, поэтому окончательно получим:

$$dF = 1,8 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I^2}{h} dl. \quad (19 \square)$$

Сравним полученное из представления о запаздывании потенциалов поля движущихся зарядов, выражение для силы между проводниками с током с известным эмпирическим соотношением для такого же взаимодействия токов:

$$dF = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{h} dl$$

Здесь магнитная проницаемость  $\mu_0$  в системе СИ равна  $4\pi 10^{-7}$ . Подставив это значение, получим:

$$dF = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I^2}{h} dl. \quad (20)$$

Мы видим, что выражение (19') для силы, выведенное как следствие взаимодействия релятивистских ("тандемных") электронов, и опытное (20) имеют очень близкие

величины. Из идентичности вида этих выражений следует и сохранение вида всех известных ранее выражений для описания магнитного поля, от проводников различных конфигураций (рамки, соленоиды и т.д.) и поведения проводников с током в магнитном поле.

Укажем еще на один важный факт. Учитывая, что  $I = \rho V = neSV$ , перепишем (20) в виде:

$$dF = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{h} neS V dl .$$

Заметим, что здесь  $2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{h} = B$  есть известное выражение магнитной индукции на расстоянии  $h$  от прямого проводника с током, а  $neSdl = dq$  – заряд, который несут электроны **проводимости** элемента  $dl$  проводника. Тогда, подставив, получим:

$$dF = VB \cdot dq.$$

Это есть сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле для случая, когда угол между  $B$  и  $V$  равен  $90^\circ$ .

#### 4.3 Продольное электрическое поле вокруг проводника с током

В разделе 4.1 мы получили, что отрицательное поле движущихся электронов в проводнике (при токе) не компенсируется полностью положительным фоном решетки, а обнаруживают себя за пределами проводника (12) как «тандемная» часть поля электрона движущегося в проводнике со скоростью  $V$ :

$$E(r, \theta) = K \frac{V}{c} \frac{e_0}{r^2} \cos \theta.$$

Здесь  $r$  и  $\theta$  – координаты (относительно «тандемного» электрона) произвольной точки пространства за пределами проводника. Определим электрическое поле в этой точке от всех движущихся электронов проводника. Запишем сначала (как было сделано в разделе 4.1) выражение для поля от «тандемного» элементарного заряда сформированного как  $\rho dl$  (заряд элементарного участка проводника (рис.6)). Здесь  $\rho$  – линейная плотность зарядов,  $dl$  – участок длины проводника. Тогда для поля такого заряда получим:

$$dE(r, \theta) = K \frac{V}{c} \frac{\rho dl}{r^2} \cos \theta.$$

Нас интересует поле в точке  $(r, \theta)$  не от отдельного элемента  $\rho dl$ , а от всего проводника с током. А так как интересует составляющая напряженности



Рис.7

сохраняется однородно во всех сечениях на всем протяжении проводника и является следствием «особенной» природы его источников – «тандемных» электронов.

На рис.8 изображена ситуация с возникновением продольного электрического поля около кольцевого витка проводника, по которому течет постоянный ток. Здесь также как в рассмотренном выше прямом проводнике элементарные «тандемные» заряды  $\rho dl$  дают свой вклад  $dE$

в величину напряженности  $E$  в любой точке, причем все вклады одного знака - как от правой, так и от левой половины кольца. Без вывода непосредственно выражения распределения напряженности поля около витка можно видеть, что интегральные значения напряженности в точках, лежащих на одинаковых расстояниях  $h$  от проводника, определяются из одинаково распределенных относительно них источников – «тандемных» зарядов  $\rho dl$  (рис.8) и, следовательно, они равны. Это значит, что здесь силовые линии ориентированы (как и у прямого проводника) параллельно проводнику. Очевидно, для напряженности

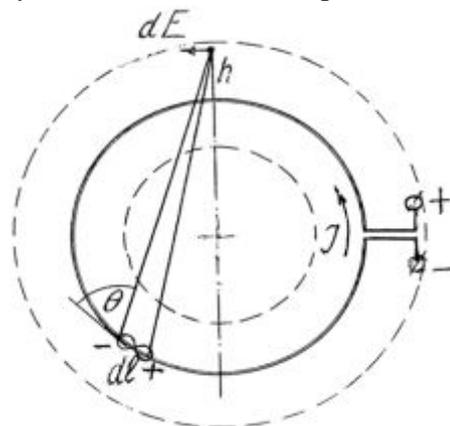


Рис.8

поля в непосредственной близости от проводника, когда  $h \ll R$  ( $R$ -радиус витка), мы будем иметь величину близкую формуле (21). Пунктирными линиями на рисунке условно обозначены границы поля. Одинаковостью ширины поля (и, значит, плотностью силовых линий) иллюстрируется однородность поля по длине проводника.

Возникает вопрос: почему **электрическое по природе** поле в рассмотренных ситуациях на практике не обнаруживается на каком-то действии сил на электрические заряды расположенные вблизи проводника с постоянным током. Например, отсутствует ток в витке проводника расположенном рядом с витком, по которому течет постоянный ток. Отсутствие этой силы можно объяснить тем, что смещение заряда в таком поле не приводит к изменению энергии системы (то есть здесь  $dU/dl=0$ ) как, например, изменяется энергия системы с зарядом, расположенным между пластинами конденсатора, где энергия изменяется при смещении заряда в сторону одной из пластин.

**Обратим внимание, что в рассмотренных случаях возникновение электрического поля у проводников с постоянным током происходит в**

отсутствие не скомпенсированных распределенных или точечных зарядов в металле проводника, что соответствует не потенциальности этого поля. Такое поле является «вихревым». Описанный механизм возникновения не потенциального продольного электрического поля может быть распространен и на виток проводника с постоянным током неправильной формы, как следствие указанного отсутствия не скомпенсированных зарядов и в таком витке тоже.

#### 4.4 Индукция ЭДС

В рассмотренных выше случаях предполагалось, что ток в проводниках устанавливался и менялся **одновременно** с включением или изменением напряжения и, был сразу равномерно распределенным по всей длине проводника. Однако известно, что у возникающего при подключении к проводнику напряжения фронт распространяющегося по проводнику поля (от ненулевого потенциала) имеет конечную скорость распространения  $c$ . В результате инерционная задержка установления тока при подаче меняющегося напряжения инициирует **не равномерно распределенный ток** в проводнике. В таких условиях нарушается эффект не потенциальности поля, о котором говорилось выше. Рассмотрим сказанное подробнее. На рис.9а пред-

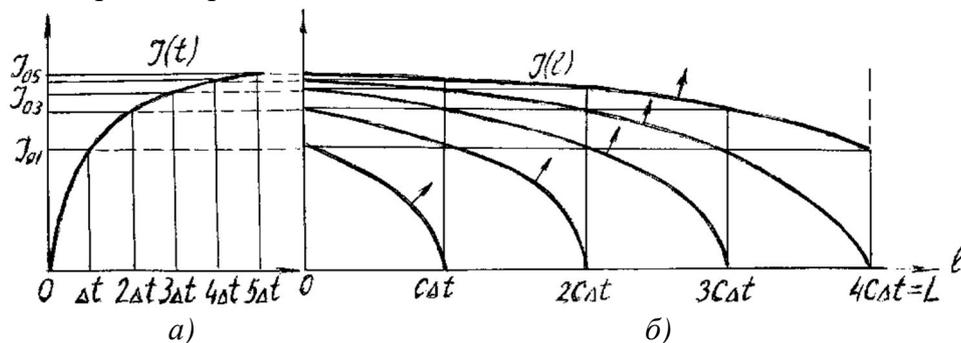


Рис.9

ставлен график подачи на виток (в точке  $l=0$ ) нарастающего потенциала дающего соответствующий нарастающий ток  $I_0(t)$  (значение вблизи этой же точки). Значения этого тока представлены через равные промежутки времени  $\Delta t$ . На рис.9б проводник такого витка представлен по оси  $x$  в развертке. Для удобства рассуждений длина проводника разделена на равные отрезки  $c\Delta t$  ( $c$ -скорость продвижения в проводнике фронта нового поля,  $\Delta t$ -интервалы времени в которых представлен график нарастания «нулевого» тока).

Перед выяснением влияния инерции тока (по отношению к изменению напряжения) на его распределение по проводнику рассмотрим сначала процесс в условиях, когда увеличение напряжения (и, соответственно, «нулевого» тока  $I_{0i}$ ) на витке производится не непрерывно, а приращениями согласно временному ступенчатому графику на рис.9а. Но предварительно (учитывая конечность скорости ( $c$ ) распространения поля в проводнике) мы заметим следующее: Когда фронт поля от первого приращения потенциала (с «нулевым» током  $I_{01}$ ) за время  $4\Delta t$  достигнет на

проводнике точки  $4c\Delta t$  фронт второго приращения поля дающего добавку «нулевого» тока  $I_{02} - I_{01}$  за время  $3\Delta t$  достигнет только точки проводника  $3c\Delta t$ . В это же время поле от третьего приращения потенциала с добавкой ближнего тока  $I_{03} - I_{02}$  за время  $2\Delta t$  (еще больше отставая) достигнет точки  $2c\Delta t$ . А поле от приращения тока  $I_{04} - I_{03}$  дойдет до точки провода  $1c\Delta t$ . В результате, в сумме в момент достижения в точке  $l=0$  нулевого тока  $I_{04}$  мы получим неравномерное, ступенчатое (Рис. 9б) распределение значений тока по проводнику. Значения токов в участках более удаленных от места приложения потенциала будут меньше, чем в ближних.

Увеличивая частоту приращений потенциала (уменьшая величину) мы в пределе придем к плавному росту подаваемого напряжения и «нулевого» тока (график на рис.9) и к соответствующей плавной кривой распределения тока по длине проводника (верхняя кривая на рис.19б). **Мы видим, что нарастающий способ подачи напряжения на проводник дает неравномерно распределенный по нему ток с меняющейся по мере роста напряжения неравномерностью (на рисунке показано стрелками).**

Рассматривая графики на рис.9а и 9б, учитывая, что  $l=ct$ , мы для соотношения производных обеих зависимостей (учитывая, что положительным приращениям  $dl(l)$  соответствуют отрицательные  $dI(l)$ ) можем написать:

$$\frac{dI(l)}{dl} = -\frac{dI}{d(ct)} = -\frac{1}{c} \frac{dI(t)}{dt}. \quad (22)$$

Это показывает, что увеличение тока в витке в момент  $t$  за время  $dt$  равно такой же величины изменению тока при сдвиге из точки  $l=ct$  на расстояние  $dl=d(ct)$ . А из того, что величина тока согласно (21) определяет величину возникающего вокруг проводника продольного электрического поля, следует, что **неравномерность** распределения тока по проводнику влечет такую же **неравномерность** порождаемого им продольного электрического поля. Тогда, выразив из (21) ток  $I$  через напряженность поля  $E$ :

$$I = \frac{2h}{10^{-7} \pi \cdot c} E,$$

и подставив в (22), для определения поля вокруг проводника получим:

$$\frac{2h}{10^{-7} \pi \cdot c} \frac{dE}{dl} = -\frac{1}{c} \frac{dI}{dt}$$

или

$$\frac{dE}{dl} = -\frac{10^{-7} \pi}{2h} \frac{dI}{dt}$$

Интегрируя по  $l$ , получим:

$$E = -\frac{10^{-7} \pi l}{2h} \frac{dI}{dt} + C$$

Здесь  $C$  определим из условия, что при  $l=0$  напряженность равна  $E_0$ . Тогда получим:

$$E = E_0 - \frac{\pi 10^{-7} l}{2h} \frac{dI}{dt}. \quad (23)$$

Этим же соотношением, можно руководствоваться для поля кольцевого тока для точек вблизи проводника, то есть при  $h \rightarrow 0$ .

Мы видим, что согласно этому выражению напряженность продольного поля вокруг проводника можно рассматривать как состоящую из двух частей. Первая, постоянная часть  $E_0$ , не зависящая ни от времени, ни от места расположения по длине проводника  $l$ . Как мы говорили выше, такое поле не может воздействовать на оказавшиеся в нем заряды, оно обладает свойствами не потенциального или вихревого поля. Вторая часть создается переменным током ( $dI/dt \neq 0$ ) и зависит от места расположения на проводнике витка ( $l$ ). Из-за неравномерности распределения напряженности вдоль проводника возникает движущая сила заставляющая электроны проводника перераспределяться в сторону восстановления равномерности и не потенциальности поля. То есть, поле имеет свойство потенциального поля.

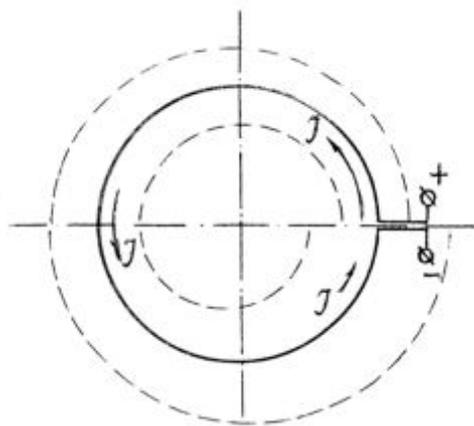


Рис.10

На рис.10 вид такого поля представлен систематически увеличивающейся условной шириной по-лосы занимаемой полем (обратной плотности силовых линий) от максимума напряженности вблизи точки  $l=0$  с уменьшением вплоть до противоположного конца  $l=L$ .

Для сравнения определим в нашем кольце индуцируемое электрическое поле с временной зависимостью тока, используя известное в электродинамике (в принципе **эмпирическое**) соотношение  $E=dB/dt$ . При этом примем, что для поля в точках достаточно близких к проводнику витка приближенно можно применять закон прямого тока (Био-Савара). Получим:

$$E = \frac{dB}{dt} = \mu_0 \frac{dH}{dt} = 4\pi 10^{-7} \frac{d}{dt} \cdot \frac{I}{2h} = \frac{2\pi 10^{-7}}{h} \frac{dI}{dt}. \quad (24)$$

Из сравнения (23) и (24) видно, что первое выражение дает общую величину напряженности продольного поля на семь порядков больше чем второе. Однако надо иметь в виду, что в выражении (23) работает как источник ЭДС вторая его часть. Именно она проявляет себя как поле потенциальное. Выражение (24) имеет опытное происхождение и его близкая количественная оценка к «работающей части» величины поля (23) говорит в пользу предлагаемого представления о природе ЭДС индукции.

В заключение важно заметить, что здесь предлагается теоретическое объяснение электрической природы магнитного поля и явлений констатированных как отдельный вид поля. В основном это не вызывает какой-то необходимости

пересматривать принципы расчетов современной техники связанной с магнитными и электромагнитными явлениями и полями.

**ПРИМЕЧАНИЕ:**

Вызывающим сомнение в рассмотренных механизмах взаимодействия проводников с током, а также явлениях индукции является то, что мы получили именно релятивистское объяснение этих явлений, а по известным в настоящее время данным дрейфовая скорость электронов тока в металле далеко не релятивистская (до  $\approx 10$  мм/сек). Это вроде бы несоответствие объясняется тем, что в рассматриваемых явлениях участвуют свободные электроны всего объема металла в отличие от сил взаимодействия электрически поверхностно заряженных диэлектриков.

**5 Кинетическая энергия движущихся зарядов (электрических и гравитационных) - добавочная энергия деформации их поля**

**5.1 Деформационная добавка энергии поля движущихся электрических зарядов**

На рис. 11 поле движущегося заряда представлено (эквипотенциальными поверхностями) композицией из двух составляющих: кулоновской и добавочной («тандемной», деформационной). Аналитическое выражение

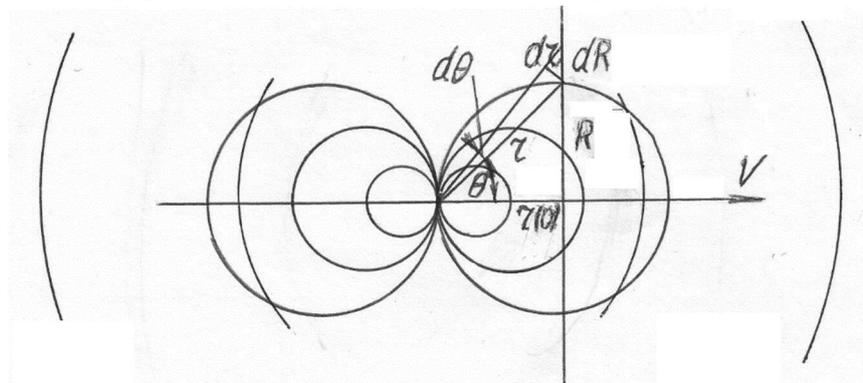


Рис.11

такого поля мы получили в разделе 1 (3):

$$E(r, \theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{V}{c} \frac{q}{r^2} \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \left(1 + \frac{V}{c} \cdot \cos \theta\right).$$

Определим добавку энергии поля заряда связанную деформацией поля. Как известно, плотность энергии электрического поля выражается формулой  $dU/dv = \epsilon_0 E^2/2$ . Подставив сюда выражение напряженности, а затем, вычтя значение плотности энергии в этой точке от кулоновского поля (первый член), получим распределение (добавочной) плотности энергии поля вызванной движением заряда:

$$\frac{d\delta U(r, \theta)}{dv} = \frac{1}{2} \frac{1}{16\pi^2 \epsilon_0} \frac{q}{r^4} \left(2 \frac{V}{c} \cos \theta + \frac{V^2}{c^2} \cos^2 \theta\right). \quad (25)$$

Определим сначала распределение плотности энергии (а затем и всю энергию) в плоскости расположенной нормально к оси нашего («тандемного») поля заряда на расстоянии  $r(0)$  от него. Выделим в этой плоскости как элементарную площадь интегрирования площадь кольца шириной  $dR$  с диаметром окружности  $R = r \sin\theta$  с центром на оси заряда (см. рисунок). Величина  $dR$  в зависимости от приращения  $d\theta$  составит  $dR = rd\theta/\cos\theta$  (см. рисунок). Тогда для указанного элементарного приращения площади кольца получим:

$$ds = 2\pi r \sin\theta \cdot dR = 2\pi r \sin\theta \cdot \frac{rd\theta}{\cos\theta} = 2\pi r^2 \operatorname{tg}\theta d\theta.$$

Приращение энергии, приходящееся на эту площадь, учитывая (25) будет:

$$d\delta U(r, \theta) = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{1}{16\pi^2 \varepsilon^2 r^4} \frac{q}{c} \left( 2\frac{V}{c} \cos\theta + \frac{V^2}{c^2} \cos^2\theta \right) \cdot 2\pi r^2 \operatorname{tg}\theta d\theta dr =$$

$$\frac{1}{16\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r^2} \left( 2\frac{V}{c} \sin\theta \cdot + \frac{V^2}{c^2} \cos\theta \sin\theta \right) d\theta dr.$$

Энергию, распределенную на выбранном сечении получим, проинтегрировав это выражение по  $\theta$  от 0 до  $\pi/2$ . Получим:

$$d\delta U(r) = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r^2} \left( 2\frac{V}{c} (-\cos\theta) + 2\frac{V^2}{c^2} \frac{q^2}{r^2} \frac{\cos^2\theta}{2} \right) dr.$$

После подстановки пределов интегрирования от 0 до  $\pi/2$  (для поля фронтальной зоны) получим:

$$d\delta U_\phi(r) = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r^2} \left( 2\frac{V}{c} \right) + \left( -\frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} \right).$$

После подстановки пределов интегрирования от  $\pi/2$  до  $\pi$  (для поля тыльной стороны) перед первым членом знак изменится на обратный. Тогда для суммарной (деформационной) добавки поля необходимо записать:

$$\delta U = \delta U_\phi + \delta U_T = -\frac{1}{32\pi\varepsilon_0} \frac{V^2}{c^2} q^2 \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = -\frac{1}{32\pi\varepsilon_0} \frac{V^2}{c^2} \frac{q^2}{r_0}. \quad (26)$$

Заметим, что задание конечного нижнего предела интегрирования  $r_0$  позволяет избежать бесконечного значения энергии заряда и определить нижнюю границу распространения поля. Это «теоретическое» значение радиуса заряда получают, приравнявая энергию поля покоящегося заряда к известному соотношению  $E=mc^2$ . Тогда для электрона и позитрона (где масса заключена в их электрическом поле) получают известное значение:

$$r_0 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mc^2}.$$

Подставим это значение радиуса покоящегося электрического заряда в наше выражение (26) деформационной добавки энергии поля (фронтальной части) заряда при его движении. Получим:

$$\delta U_\phi = \frac{1}{32\pi\epsilon_0} \frac{V^2}{c^2} q^2 \frac{8\pi\epsilon_0 mc^2}{q^2} = \frac{1}{4} mV^2.$$

Такое же значение получается и при интегрировании поля «тыльной» части поля движущегося заряда. То есть для полной величины деформационной добавки энергии электрического поля получим:

$$U = U_\phi + U_T = \frac{1}{2} mV^2.$$

## 5.2 Определение энергии поля через работу разведения зарядов

Принципиально другим способом энергию поля заряда можно определять как половину работы разведения двух одинаковых разноименных зарядов (например, электрон и позитрон), приводящую к возникновению двух полей (очевидно, равную энергии аннигиляции таких зарядов). Для этого необходимо проинтегрировать силу взаимодействия зарядов на интервале расстояний от  $r=r_0$  до  $r \rightarrow \infty$ . Здесь  $r_0$  определяется исходя из того, что энергия поля заряда не может быть бесконечной. Тогда для энергии через половину работы разведения  $A$  можно записать:

$$A = \frac{1}{2} K \int_{r_0}^{\infty} \frac{q^2}{r^2} dr = \frac{1}{2} K \frac{q^2}{r_0} = U \quad (27)$$

(Заметим, что здесь речь идет именно об электрических зарядах без гравитационной составляющей). Тогда, приравнявая к (27) известное соотношение массы и энергии  $m_0 c^2$ , получим величину так называемого классического радиуса заряда:

$$r_0 = \frac{K}{2} \frac{q^2}{m_0 c^2}. \quad (28)$$

Таким же способом как мы определили полную энергию поля заряда, находящегося в покое (27) определим энергию  $\delta U$  релятивистской (деформационной) прибавки поля заряда, находящегося в движении со скоростью  $V$ . Для этого из взаимодействия двух параллельно движущихся зарядов выделим для рассмотрения часть, связанную с взаимодействием их релятивистских добавок (и рассмотрим отдельно). На рис.12 тандемные добавки поля (в центре) изображены совместно с кулоновским полем (пунктир). Сила взаимодействия релятивистских (тандемных) добавок поля наших зарядов (см. раздел 4.1.1) равна произведению **добавочной** напря-

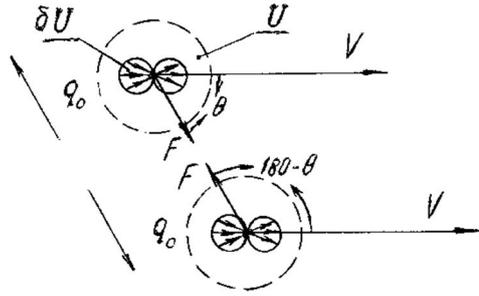


Рис.12

женности поля одного из зарядов:

$$\delta E(\theta) = K \frac{V}{c} \frac{q_0}{r^2} \cos \theta$$

на релятивистскую добавку «движимого» второго заряда

$$\delta q_D(\theta) = 2 \frac{V}{c} q_0 \cos(180 - \theta).$$

То есть для силы получим:

$$\delta F = 2K \frac{V^2}{c^2} \frac{q_0}{r^2} \cos^2 \theta. \quad (29)$$

Для определения энергии поля релятивистской добавки **каждого** заряда, как говорилось выше, мы должны определить половину работы относящейся к взаимодействию добавок (так как создается два поля) при разведении зарядов на расстояние от  $r=r_0$  до  $r=\infty$ . То есть мы должны получить  $\frac{1}{2}$  от интеграла от (29) на этом интервале. Получим:

$$\delta A = Kq_0^2 \frac{V^2}{c^2} \cos^2 \theta \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = Kq_0^2 \frac{V^2}{c^2} \frac{1}{r_0} \cos^2 \theta.$$

После подстановки сюда  $r_0$  по (28) получим:

$$\delta A = 2Kq_0^2 \frac{V^2}{c^2} \frac{m_0 c^2}{Kq_0^2} \cos^2 \theta = 2m_0 V^2 \cos^2 \theta.$$

Как видим, полученная работа (половина) разведения релятивистских добавок поля зависит от направления их разведения относительно общего направления вектора скорости зарядов (рис.12). Тогда, говоря об оценке этой работой энергии добавочной (релятивистской) части поля, мы, очевидно, должны брать усредненное значение величины  $\cos^2 \theta$  по всем направлениям  $\theta$ : от 0 до  $2\pi$ . То есть мы должны записать:

$$\delta U = 2m_0 V^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \cos^2 \theta d\theta = 2m_0 V^2 \frac{1}{2\pi} \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} m_0 V^2.$$

Мы получили, что вызванная движением электрического заряда энергия его добавочной (деформационной, релятивистской) части поля равна величине известной в механике кинетической энергии движения массы заряда (например, электрона).

### 5.3 Энергия движения зарядов-масс (гравитационных)

Также как и для электрических зарядов, «деформацию» испытывает и гравитационное поле движущегося заряда-массы, что приводит к появлению добавочной (релятивистской) энергии  $\delta U_G$  гравитационного поля. Мы будем ее определять (по схеме изложенной выше для электрических зарядов) через работу разведения двух зарядов-масс (рис.13) против силы гравитационного притяжения. При этом будем исходить из одинакового характера количественной зависимости у них силы от расстояния (законы Кулона и Ньютона). Тогда для добавочной части работы  $\delta A_G$  такого разведения относящейся к взаимодействию релятивистских добавок их полей

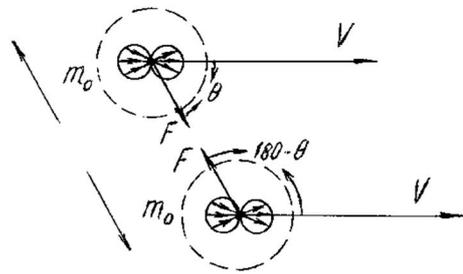


Рис.13

приходящуюся на один заряд – массу аналогично (29) запишем:

$$\delta A_G = \gamma m_0^2 \frac{V^2}{c^2} \cos^2 \theta \int_{r_{0G}}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \gamma m_0^2 \frac{V^2}{c^2} \frac{1}{r_0} \cos^2 \theta. \quad (30)$$

Можно положить, что для поля гравитационного заряда как и электрического необходимо принять (также во избежание бесконечности при  $r \rightarrow 0$ ) свое значение «нулевой» границы поля  $r_{0G}$ . Тогда по аналогии с энергией электрического поля (27) для энергии гравитационного поля запишем:

$$U_G = \frac{1}{2} \gamma \frac{m_0^2}{r_0}.$$

Приравняв эту величину известному соотношению массы и энергии  $m_0 c^2$ , получим значение  $r_0$  для гравитационного заряда:

$$r_0 = \frac{1}{2} \gamma \frac{m_0}{c^2}.$$

Подставив это значение в выражение для части работы разведения зарядов - масс связанной с энергией релятивистской добавки поля (30), получим:

$$\delta A = 2m_0 V^2 \cos^2 \theta.$$

Мы видим, что здесь также как и для электрических зарядов, работа разведения, относящаяся к релятивистским добавкам гравитационного поля, зависит от направления силы разведения относительно направления общего вектора скорости зарядов. То есть, как и там, необходимо усреднить величину работы по всем направлениям  $\theta$  от 0 до  $2\pi$ . Тогда окончательно, для энергии добавочного, релятивистского поля мы получим:

$$\delta U_{\Gamma} = 2m_0 V^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \cos^2 \theta d\theta = 2m_0 V^2 \frac{1}{2\pi} \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} m V^2.$$

**Мы получили, что энергия добавочной (релятивистской) части гравитационного поля возникшей в результате движения заряда-массы совпадает с величиной его кинетической энергии.**

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Очевидное представление о конечности скорости электрического взаимодействия естественным образом объясняет факт отставания поля движущихся зарядов. А это классическое представление о запаздывании потенциалов позволило обосновать природу таких фундаментальных законов (прежде только эмпирических, хотя и лежащих основе электродинамики) как Закон Ампера и Закон Фарадея

2. В классической механике формула кинетической энергии движения массы является следствием второго закона Ньютона. В нем пропорциональность величины ускорения массы приложенной силе установлена эмпирически (без обоснования этой зависимости). Следовательно, и формула кинетической энергии не является строго установленным соотношением. Однако указанная зависимость у нас однозначно (и значит строго) объяснилась тем, что работа приложенной силы против силы сопротивления ускорению (инерции) требуется на накопление энергии деформации его гравитационного поля, что в свою очередь объясняется конечностью скорости гравитационного взаимодействия.

## **References:**

1. *Lienard AM. La Eclairage electrique, 1989; 16, 5, 53, 106.*
2. *Wiechert E. Archives neerl., 2<sup>nd</sup> series, 1900; 5, 549.*
3. *Landau LD, Lifshitz EM. Field theory. Moscow, GIFFML 1960.*