DOI 10.12851/EESJ201503C05ART02

Angelika G. Danekyants,
ScD, associate professor,
Rostov State University of Civil Engineering

About One of the Methods of Hedging Financial Market Model and It's Realization in a Program Complex

Key words: *modeling of the financial markets, approximate hedging, completeness of the markets, financial obligation, martingalny measures*

Annotation: *In the presented article the method of approximate hedging of the financial market developed by the author by means of special the haarovskikh of interpolation is considered. The computing procedures corresponding to the entered models of the financial market are developed and realized in the form of the program complex "Approximate Hedging". The program complex allows to calculate components of the hedging portfolio within the interpolating market for any financial obligations.*

Из истории финансовой математики известно, что отсутствие арбитражных возможностей (безарбитражность) влечет за собой ситуации, при которых извлечение прибыли без риска при инвестировании (вложении) капитала невозможно.

Один из способов инвестору обезопасить себя в случае безарбитражного рынка это хеджирование: с помощью хеджирования происходит страхование от рисков колебаний цен. Но принимая во внимание одно из узловых постулатов инвестирования, что чем больше риск, тем больше прибыль и наоборот, инвестору следует помнить, что уменьшая риск, он уменьшает и свою потенциальную прибыль. В случае ситуации на финансовом безарбитражном рынке, от которой инвестор хеджируется, он не несет убытков. Однако данная страховка от уронов имеет свою цену. Если исход финансовой операции окажется благоприятным, то инвестор не получит прибыли в том объеме, которую имел бы, если бы не хеджировался. То есть, хеджирование позволяет скорее сокращать убытки, чем увеличивать прибыль.

Все колебания процентных ставок и доходностей на финансовых рынках имеют стохастический характер, математические модели этих трансформаций есть случайные процессы (3,9,10). Следовательно, задача нахождения цен финансовых инструментов и построение хеджирующих стратегий решается с привлечением теории вероятностей.

В представленной статье рассматривается разработанный автором метод приближенного хеджирования и его реализация на примере одной математической модели (B,S)-рынка. Модель состоит из risk-free банковского счета B и акции одного типа S, последние подвержены скупке со стороны любого конечного числа r агрессивных скупщиков (1,2). Полученный метод приближения лег в основу программного комплекса.

Считаем, что все шаги скупщиков акций упорядочены во времени: на всяком временном периоде: скупщик №1 обходит скупщика №2, который, в свою очередь, обходит скупщика №3 и т.д. При использовании метода хааровских интерполяций замена двух скупщиков тремя и более, добавляет трудности в процесс совершенного хеджирования (1,2). Тот факт, что для обширного рода моделей финансового рынка с $(r=2)$ все мартингальные меры анализируемых финансовых рынков удовлетворяют свойству универсальной хааровской единственности $(СУХЕ)$, дает возможность инвестору применять произвольные хааровские фильтрации, интерполирующие исходную фильтрацию (B,S)-рынка для построения совершенного хеджа (4,6). При переходе к аналогичным моделям с r скупщиками $(r\geq 3)$ всегда имеются мартингальные меры, не удовлетворяющие $(СУХЕ)$ (2). Но для проведения исследований данного класса моделей хватает того, чтобы все мартингальные меры удовлетворяли ослабленному свойству хааровской единственности $(ОСУХЕ)$, введенному в работах (2) (в случае $(r=2)$ $(СУХЕ)$ и $(ОСУХЕ)$ совпадают). Было доказано (2), что среди разбираемых мартингальных мер всегда существуют меры, не удовлетворяющие и $(ОСУХЕ)$. Вследствие этого если компромиссная мартингальная мера, соответствующая цене некоторого (не реплицируемого в исходном (B,S)-рынке) финансового обязательства, не удовлетворяет $(ОСУХЕ)$, то для применения метода хааровских интерполяций эту меру следует сначала (с необходимой точностью) приблизить мерой, удовлетворяющей $(ОСУХЕ)$, а затем реализовать совершенное хеджирование. Эта процедура является основой алгоритма разработанного автором программного комплекса «Приближенное хеджирование», − на каждом шаге бесконечное число скупщиков предлагается заменять конечным числом «приоритетных» скупщиков.

Программный комплекс «Приближенное хеджирование» представлен в среде Visual Basic 6.0. Его интерфейс предполагает диалог с пользователем (инвестором). Последний, загрузив все обязательные начальные данные и избрав вид расчета, в результате получает составляющие хеджирующего портфеля в рамках интерполирующего рынка для любых финансовых обязательств, например, для различного вида опционов .

Программный комплекс «Приближенное хеджирование» направлен на выработку хеджирующей тактики инвестора для формирования финансового портфеля в случае когда: а) акции подвержены конечному числу скупщиков, определяем его как $(r\leq 20)$; б) акции подвержены беконечному числу скупщиков $(r\geq 20)$. Входными параметрами являются: число r скупщиков акций, тип финансового обязательства (см. рис. 1).

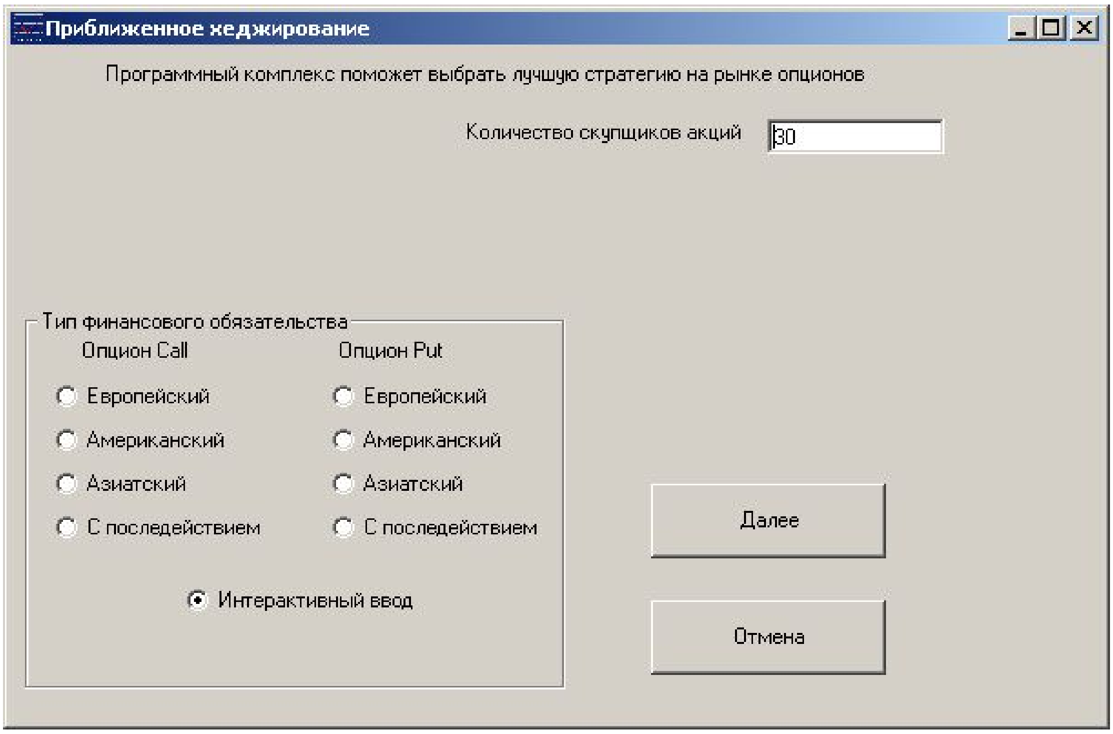

Рис. 1

Ввод данных вручную используется в программном комплексе для исчерпывающего исследования изменения дисконтированных цен акций (см. рис. 2). Значения дисконтированных цен акций и финансовых обязательств равны соответствующим координатам массивов b и f. Размерность этих массивов равна $r+1$. Величина последней компоненты массива цен акций совпадает с ценой нескупленных акций.

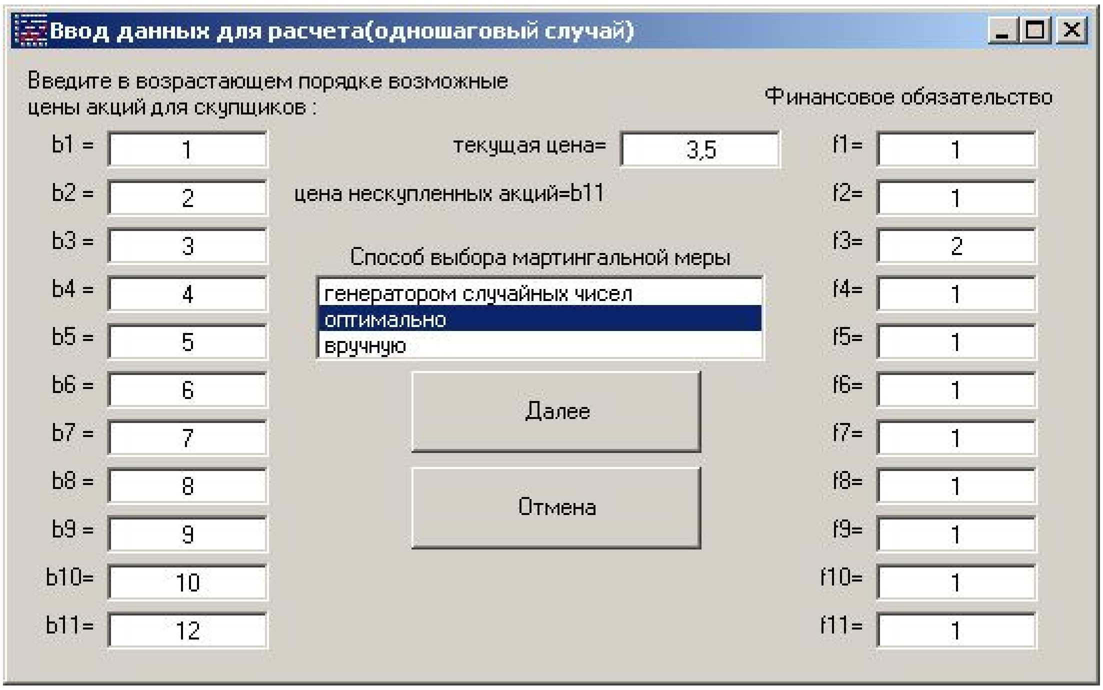

Рис. 2

В случае, когда на финансовом рынке бесконечное число игроков, т. е. начальное значение параметра $(r \geq 20)$, предполагается следующий пошаговый алгоритм.

Выбирается закон, по которому будут рассчитываться значения цен акций b_k (см. рис. 3).

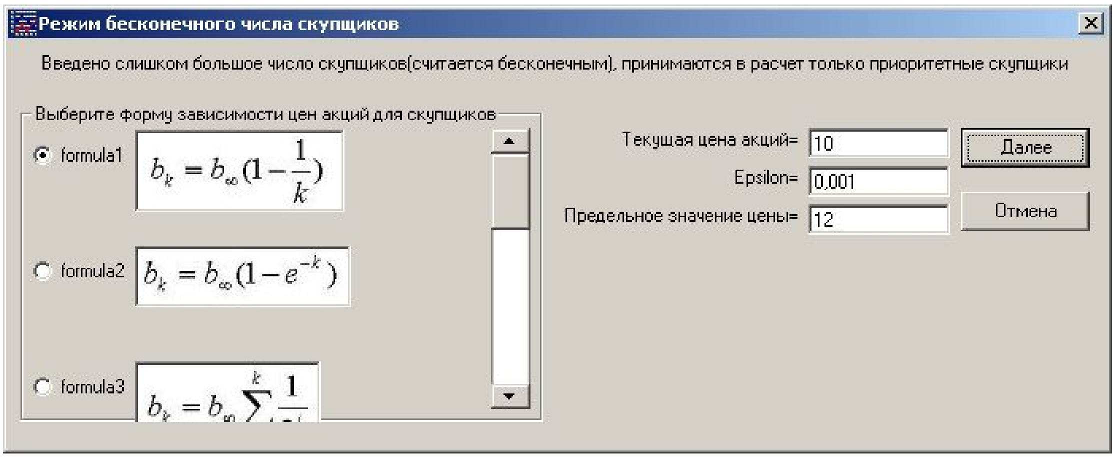

Рис. 3

Рассчитывается количество всех скупщиков r, путем деления последних на приоритетных и неприоритетных. К приоритетным скупщикам относятся $(r-1)$ с ценами акций b_k, удовлетворяющими неравенству $b_k < a$ (где a – начальная цена акций). Оставшиеся неприоритетные скупщики соединяются воедино и для них цена акции равна $(b_r + b_\infty)/2$, где $b_\infty = \lim\limits_{k \to \infty} b_k$, а цена нескупленных акций рассчитывается как предельное значение b_∞ .

Пользователю предлагается задать число $\varepsilon > 0$, которое будет ограничивать вероятность скупки акции неприоритетными скупщиками. Это делается для того, чтобы неприоритетные скупщики оказались в числе пассивных участников финансового рынка.

Реализованный таким образом алгоритм, сводит задачу с бесконечным числом скупщиков к задаче с конечным числом скупщиков, что позволяет применять в дальнейшем к обеим рассматриваемым моделям одинаковый подход.

Следующий основной шаг, – выбор мартингальной меры. Для этого строится массив $p_k \quad (k = 1,2,\ldots,r,\infty)$, элементы которого должны удовлетворять условиям мартингальности и полноты, т.е. являться решениями системы (1) .

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{r-1} b_k \cdot p_k + \left(\dfrac{b_r + b_\infty}{2}\right) p_r + b_\infty \cdot p_\infty = a & (1.1) \\ \sum\limits_{k=1}^{r-1} p_k + p_r + p_\infty = 1 & (1.2) \\ 0 < p_k < 1, \quad p_r \leq \varepsilon & (1.3) \end{cases} \qquad (1)$$

Данная система может иметь бесконечное число решений и следует произвести выбор нужного для дальнейшего хода рассуждений решения.

Генератор случайных чисел задает $r-1$ значений неизвестных, удовлетворяющих нужным условиям (см. рис. 4). Затем оставшиеся два значения рассчитываются решением системы (1) .

Поиск оптимального решения. Создаются такие массивы из составляющих меры, которые соответствуют max C^* и min C_* значениям. То есть решается оптимизационная задача линейного программирования с целевой функцией $C=\sum_{k=1}^{r} p_k \cdot f_k + p_\infty \cdot f_{r+1}$. Значение $C=\dfrac{C^*+C_*}{2}$ определяется как компромиссная цена. Так как задача линейна, то цене C ставится в соответствии мартингальная мера, равная среднему арифметическому найденных мер. При расчетах возможно появления нулевых компонент меры, т.е. не выполняется требование (1.3) системы (1). Тогда для выполнения условий системы (1), все нулевые составляющие меры полагаются равными ε, и система (1), пересчитывается заново.

Ручной ввод меры. Используется в рамках решения одношаговой задачи. В этом случае, проверяется выполнения всех трех условий системы (1).

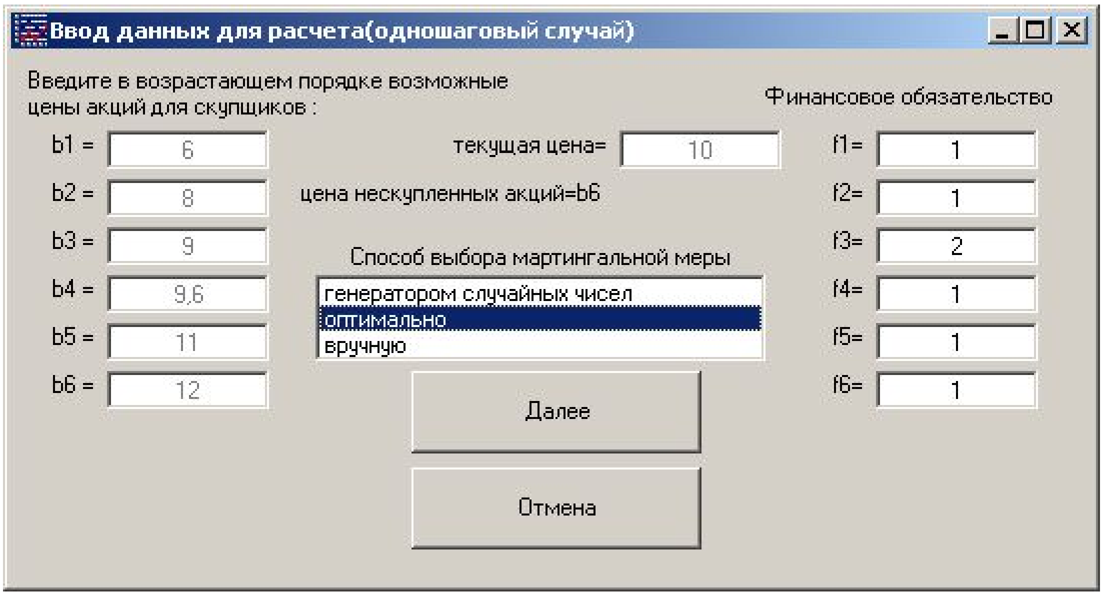

Рис. 4

После того, как мартингальная мера выбрана, следующим шагом анализируется, удовлетворяет ли полученная мера ОСУХЕ (см [2]). Если условие ОСУХЕ нарушено, то одна из компонент меры увеличивается на величину ε, другие изменяются так, чтобы сохранилось выполнение (1.1,1.2,1.3). Процесс проверки запускается заново до тех пор, пока не будет рассчитана мартингальная мера, удовлетворяющая ОСУХЕ.

В заключительном шаге программного комплекса по известным формулам (2-6) определяются изменения рынка акций, капитала и компонентов портфеля (рисковая и безрисковая составляющие), устанавливается справедливая цена финансового обязательства. Предусмотрено сохранение полученных результатов расчетов в файле формата Excel.

Представленный в статье метод приближенного хеджирования позволяет строить и исследовать более сложные модели финансовых рынков (например, модели (B,S)-рынков с различными типами акций) (4,5).

Построенный программный комплекс будет полезен участникам финансового рынка, в частности, держателям акций и вторичных ценных бумаг, трейдерам, хеджерам, для выбора правильной стратегии, в случае, когда происходит целенаправленная скупка акций со стороны не более чем счетного числа агрессивных скупщиков, а изучаемый рынок безарбитражен, но неполон. Алгоритм и реализация представленного программного комплекса являются довольно гибкими к дальнейшей модификации, что повышает его универсальность в связи с развитием теории хааровских интерполяций (4,5).

References:

1. *Bogachëva MN, Pavlov IV. Haar extensions of arbitrage-free financial markets to markets that are complete and arbitrage-free: Russian Mathematical Surveys. 2002, T. 57, № 3; 581-583.*
2. *Danekyants AG. Modeling the arbitrage-free of the financial markets with the help the haarovskikh of interpolation on calculating probabilistic space: dis. kand. phys.-mat.. sc. Rostov-on-Don, 2006; 144.*
3. *Volosatova TA. The use of random Haar interpolations to a perfect hedge in one special (B, S) A-share market: Review of Applied and Industrial Mathematics. 2005, T. 12, № 3; 713-714.*
4. *Pavlov IV, Nazar'ko OV. Theorems on the deformed martingales: Decomposition Riesz characterization of local martingales, calculating quadratic characteristics: News of higher educational institutions. North Caucasus region. Series: Natural sciences. 2015, № 1; 36-42.*
5. *Pavlov IV, Nazar'ko OV. Nonnegative adapted sequence of random variables is a process for densities of deformed stochastic basis 1st kind: Successes of Mathematical Sciences. 2015, T. 70, № 1; 185-186.*