

*Mikhail N. Pavlenkov,*  
ScD, (Doctor in economics), professor;

*Pavel M. Voronin,*  
ScD, (Economics);

*Larissa S. Maeva,*  
Postgraduate,  
Institute for Economics and Entrepreneurship  
NNGUn.a. NI. Lobachevskiy

## Formation of Prognostic Functions in Solid Waste

**Key words:** *Phere, municipal solid waste, model, forecasting, controlling, method of analysis.*

**Annotation:** *The article contains the results of studies necessary scientific prediction based mechanisms of waste, presents a model predicting volumes*

Развитие сферы твердых бытовых отходов требует долгосрочных вложений. Однако, для инвесторов необходимы не только гарантии окупаемости инвестиций, но и для определения потребности в инвестициях объемы рынка твердых бытовых отходов. Отсутствие научно-обоснованных механизмов прогнозирования образования отходов снижает уровень и качество программ развития этой сферы, разрабатываемых на муниципальном уровне, а также сдерживает предпринимательское сообщество от долгосрочных вложений инвестиций в ее развитие (1,2).

Для обеспечения длительного функционирования предприятий сферы твердых бытовых отходов необходим их рост и развитие. Рост предполагает, что предприятия увеличивают объемы и ассортимент услуг, оказываемых населению. При этом развитие означает, что внедряются новые технологии по всему спектру обращения отходов: сбор, сортировка, транспортировка, сжигание, переработка, захоронение. Кроме этого совершенствуется структура управления, разрабатываются новые законодательные акты, нормы и нормативы. Для успешного развития предприятий этой сферы необходим прогноз изменения объемов твердых бытовых отходов.

Специалисты контроллинга непосредственно участвуют в создании и развитии инструментов прогнозирования, планирования, регулирования. С помощью регрессионных моделей можно прогнозировать объемы твердых бытовых отходов.

Методология статистического прогнозирования включает (3,4,5):

- построение моделей для каждого временного ряда;
- сравнение моделей по критериям;

– отбор лучших моделей для прогнозирования.

В общем виде временной ряд представляется как:

$$\Phi_t = X_t + V_t + e_t, \quad (1)$$

где  $X_t$  - тренд, обуславливающий наличие систематического изменения показателя;

$V_t$  – сезонная составляющая;

$e_t$  – случайная величина (случайная компонента).

Важнейшей задачей, решаемой при проведении статистического исследования, является определение закономерностей явлений и процессов на основе анализа динамической информации.

Анализ временного ряда состоит в выявлении аномальных значений и его сглаживания, так как использование их для построения трендовой модели может сильно исказить получаемые результаты.

Для выявления аномальных значений ряда можно использовать критерий Ирвина: аномальной считается точка  $\Phi_t$ , отстающая от предыдущей точки  $\Phi_{t-1}$  на величину, большую среднеквадратичного отклонения:

$$\lambda_t = \frac{|\Phi_t - \Phi_{t-1}|}{\sigma}, \quad (2)$$

где  $\lambda_t$  - критерий Ирвина;

$\sigma$  - среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\Phi_t - \bar{\Phi})^2}{n-1}}, \quad (3)$$

где  $\bar{\Phi}$  – среднееарифметическое значение ряда.

Точка считается аномальной, если  $\lambda_i > \lambda_{таб.}$ . Табличные значения  $\lambda_{таб.}$  уменьшаются с ростом длины ряда.

Сглаживание временного ряда позволяет сгладить случайные колебания и выявить основную тенденцию изменения временного ряда. Для сглаживания используются следующие методы:

- простая (среднеарифметическая) скользящая средняя;
- средневзвешенная скользящая;
- среднехронологическая;
- экспоненциальное сглаживание.

На данном шаге выполняется сглаживание временного ряда, что позволяет выявить и устранить аномальные значения уровней ряда и определить наличие тренда, а также характеристик в исходном временном ряду.

Выявление тенденции развития – это один из подходов к анализу и оценке временного ряда с целью выявления особенностей его изменения во времени. В целом различают понятия: основная тенденция, тренд, закон развития.

Для анализа и моделирования тенденции используются различные критерии (6,7).

1. Т – критерий. Использование данного критерия позволяет определить наличие не только самой тенденции, но и ее математическое выражение – тренда.

2. Критерий Валлисса и Мура. Данный критерий также позволяет определить наличие основной тенденции. Он относится к группе непараметрических методов оценивания тенденции.

3. Метод Фостера – Стюарда, позволяющий определить наличие тренда.

4. Метод скользящей средней, метод аналитического выравнивания, критерий Кокса - Стюарда позволяют выявить типы развития.

При анализе временных рядов могут обнаружиться короткопериодические колебания около тренда, повторяющиеся с той или иной устойчивостью.

Эти колебания (отклонения от тренда) называются сезонными колебаниями. Сезонность отражает внутригодовые колебания.

Если отклонение от тренда повторяются с периодичностью более года, они называются циклическими. Обычно циклическая компонента может изменяться по длине периода и своей интенсивности и хорошо коррелирует с циклом деловой активности. На подъем деловой активности значения уровней временного ряда оказываются выше чисто трендовых, а в периоды спада и стагнации оказываются заметно ниже ожидаемых по тренду. Существует несколько подходов к анализу структуры временного ряда, содержащих сезонные или циклические колебания.

Для выявления компонент тренд-сезонных временных рядов используют итерационные методы, которые отличаются простотой и удовлетворительной чистотой фильтрации компонент ряда, однако применение скользящей средней приводит к потере части информации на концах временного ряда, поэтому можно использовать метод Четверикова.

Временному ряду должны соответствовать формальные свойства функций, которые используются для прогнозирования. Для описания основной тенденции временного ряда применяются разные уравнения: полиномы, экспоненты, логические кривые и другие функции.

На практике уравнения должны отражать тип динамики временного ряда. Так, например, монотонное возрастание или убывание характеризуют функции: линейная; параболическая; степенная; экспоненциальная простая (показательная) и производная от нее логарифмическая парабола; гиперболическая (главным образом убывающих процессов); комбинация их видов.

Для временных рядов, которые характеризуются стремлением к некоторой предельной величине, применяются логические функции:

$$\Phi_t = \frac{d}{1+e^{-a_0t}} \text{ или } \Phi_t = \frac{d}{1+e^{a_0+a_1t}}, \quad (4)$$

где  $e$  – основание натуральных логарифмов.

При наличии экстремальных значение можно использовать кривую Гомперца:

$$\Phi_t = d * a_0^{a_1t} \quad (5)$$

Прологарифмировав функцию Гомперца, получим:

$$\lg \Phi_t = \lg d + a_1 t \cdot \lg a_0. \quad (6)$$

Следовательно, после логарифмирования получим модифицированную экспоненту.

При выборе модели тренда наряду с теоретическим анализом закономерностей развития изучаемого явления используются эмпирические методы, такие как: метод разностного исчисления; метод дисперсионного анализа; расчет и анализ средней квадратической ошибки; критерий наименьшей суммы квадратов отклонений эмпирических и теоретических значений уровней временного ряда.

Для оценки качества исследуемой модели прогноза используют несколько статистических критериев.

Наиболее распространенными критериями являются следующие.

Относительная ошибка аппроксимации:

$$\bar{\delta} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{x_t} * 100\% , \quad (7)$$

где  $e_t = x_t - \Phi_t$  - ошибка прогноза;

$x_t$  - фактическое значение показателя;

$\Phi_t$  - прогнозируемое значение.

Данный показатель используется в случае сравнения точности прогнозов по нескольким моделям. При этом считают, что точность модели является высокой, когда  $\bar{\delta} < 10\%$ , хорошей – при  $\bar{\delta} = 10-20\%$  и удовлетворительной – при  $\bar{\delta} = 20-50\%$ .

Средняя квадратическая ошибка:

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^n e_t^2}, \quad (8)$$

где  $k$  - число оцениваемых коэффициентов уравнения.

Правильно выбранная модель должна соответствовать характеру изменений тенденции исследуемого явления. При этом величина  $e_t$  должна носить случайный характер с нулевой средней.

Кроме того, ошибки аппроксимации  $e_t$  должны быть независимы между собой и подчиняться нормальному закону распределения  $e_t \in N(0, \sigma)$ . Независимость ошибок  $e_t$ , т.е. отсутствие автокорреляции остатков, обычно проверяется по критерию Дарбина – Уотсона, основанного на статистике:

$$DW = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (e_{t+1} - e_t)^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}, \quad (9)$$

где  $e_t = X_t - \Phi_t$ .

Если отклонения не коррелированы, то величина  $DW$  приблизительно равна двум. При наличии положительной автокорреляции  $0 \leq DW \leq 2$ , а отрицательной -  $2 \leq DW \leq 4$ .

О коррелированности остатков можно также судить по коррелограмме для отклонений от тренда, которая представляет собой график функции относительно  $\tau$  коэффициента автокорреляции, который вычисляется по формуле

$$r_\tau = \frac{\sum_{t=1}^{n-\tau} e_t e_{t+\tau}}{\sum_{t=1}^n e_t^2}, \quad (10)$$

где  $\tau = 0, 1, 2, \dots$

После выбора наиболее подходящей аналитической функции для тренда его используют для прогнозирования на основе экстраполяции на заданное число временных интервалов.

Используя трендовые модели, формируются исходные данные для регрессионной модели на прогнозируемый период. Подставляя эти данные в

регрессионную модель, получаем значение  $Y$  на прогнозируемый период. Таким образом, формируется прогноз на любой период

$$Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots, Y_{t+\tau} . \quad (11)$$

Прогноз объема образования твердых бытовых отходов используется для принятия решений при разработке программы развития сферы твердых бытовых отходов, а также является основанием для инвестирования данной сферы.

### **References:**

1. Pavlenkov MN, Voronin PM, Maeva LS Approach to the development of a mathematical model to predict the volume of municipal solid waste of the municipality. In: Education and science: the current state and development prospects: Collection of scientific papers on materialoam International scientific and practical conference in 6 parts. Ministry of Education and Science, 2014; 118-119.
2. Maeva LS, Pavlenkov MN, Voronin PM Some questions Estimates of municipal solid waste of the municipality: Actual Problems of Economics. Science Center "Aeterna". Ufa, Russia, 2014: 66-69.
3. Wilkes S. Mathematical Statistics. Moscow: Science, 19.
4. Krastiņa OP. The study of statistical relationships for long-term data. Moscow, Finance and Statistics; 136.
5. Pavlenkov MN, Kulikov AL. Methods and models of management decision-making in economic systems. Nizhny Novgorod: Publishing House VVAGS, 2004; 322.
6. Orlov AI. Applied statistics: a textbook. Moscow, 2006.
7. Erin AM. Mathematical and statistical methods for studying the economic efficiency of production. Moscow, Finance and Statistics, 1983; 191.