

Theodor I. Plekhanov,
ScD, professor,
Glazov engineering and economic institute

Structures and Strength Properties of Planetary Gear with Internal Linkings
Wheel Strength [*Theodor I. Plekhanov*]

Key words: *Planetary gears, rational design, durability, load capacity.*

Annotation: *The paper presents a new, rational design of planetary gears and method of determining the strength of their performance and load capacity is based on solving a system of equations of compatibility of displacements and the static equation, recommendations to improve the bending strength of teeth satellites.*

В тяжело нагруженных и ответственных механических приводах часто используются зубчатые планетарные и волновые передачи [1-4]. Наиболее эффективными из них в отношении массогабаритных показателей, нагрузочной способности, ресурса и КПД являются планетарные передачи с малой разницей чисел зубьев колес (от 1 до 5). Однако существующие конструкции передач этого типа либо сложны, так как содержат нетехнологичный механизм параллельных кривошипов, либо имеют низкий КПД из-за наличия трения скольжения (передачи с цевочным механизмом снятия движения).

Разработанные в Глазовском инженерно-экономическом институте (филиале) ФГБОУ ВПО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова» планетарные передачи, содержащие центральное колесо с внутренними зубьями, сателлиты, эксцентриковое водило и роликковый механизм передачи движения от сателлитов к выходному валу [5] лишены указанных недостатков. Определение прочности отдельных элементов таких передач и способов ее повышения является необходимым условием для создания привода, обладающего наилучшими техническими характеристиками.

На рис. 1 показана планетарная передача, в которой ролики, свободно установленные в сателлитах и жестко связанных друг с другом

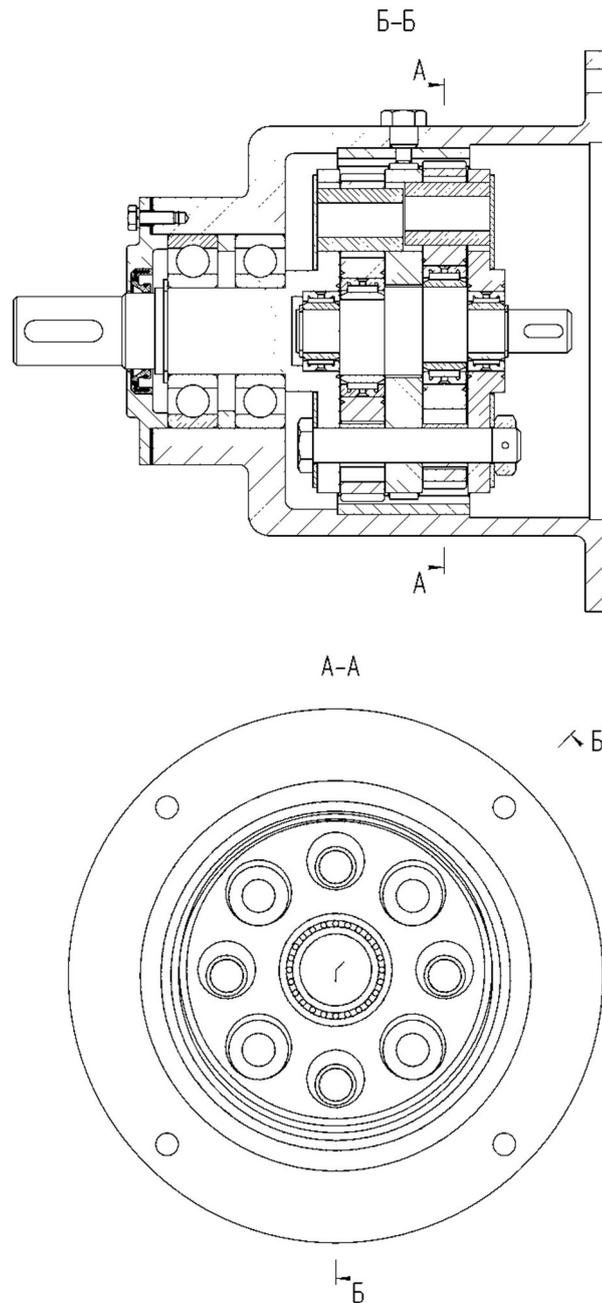


Рис. 1 - Планетарная передача типа К-Н-V
с роликовым механизмом снятия движения с сателлитов (патент на изобретение
№2402709, РФ, 2010, БИ №30)

дисках (щеках) ведомого звена, в процессе работы перекатываются по сопрягаемым с ними поверхностям, обеспечивая высокий коэффициент полезного действия передачи без ее усложнения.

На рис. 2 приведена аналогичная передача с симметричной схемой нагружения элементов, а на рис. 3 - передача с механизмом снятия движения, выполненным в виде дисков, жестко связанных между собой и с тихоходным валом, и самоустанавливающимися роликов со сферическими поверхностями. Варианты планетарной передачи с ограниченным осевым размером и роликовым механизмом снятия движения с сателлитов представлены на рис. 4, 5.

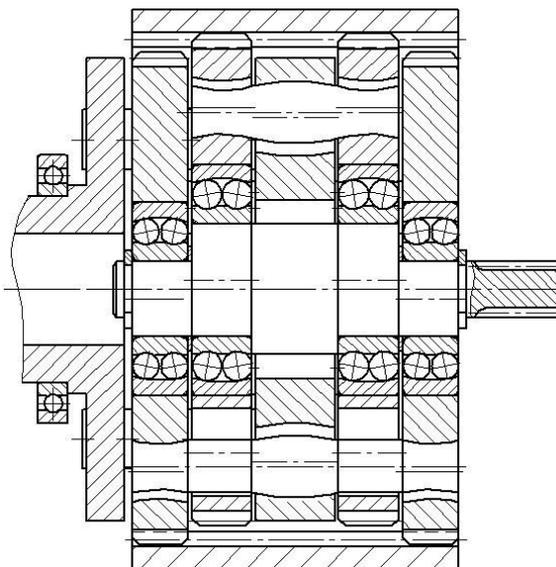


Рис. 2 – Высоконагруженная планетарная передача с симметричной схемой нагружения элементов (патент на изобретение №2462631, РФ, 2012, БИ №27)

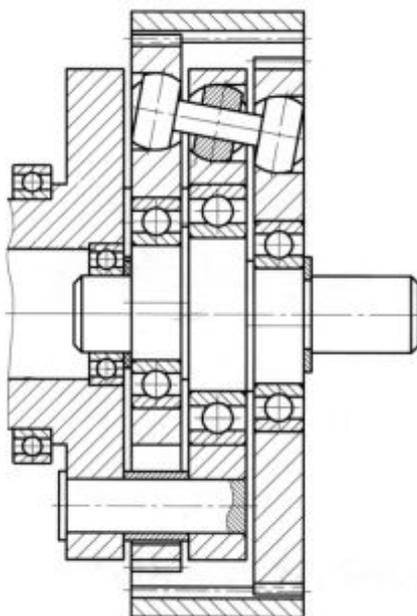


Рис. 3 - Планетарная передача с самоустанавливающимися роликами (патент на изобретение №2475662, РФ, 2013, БИ №5)

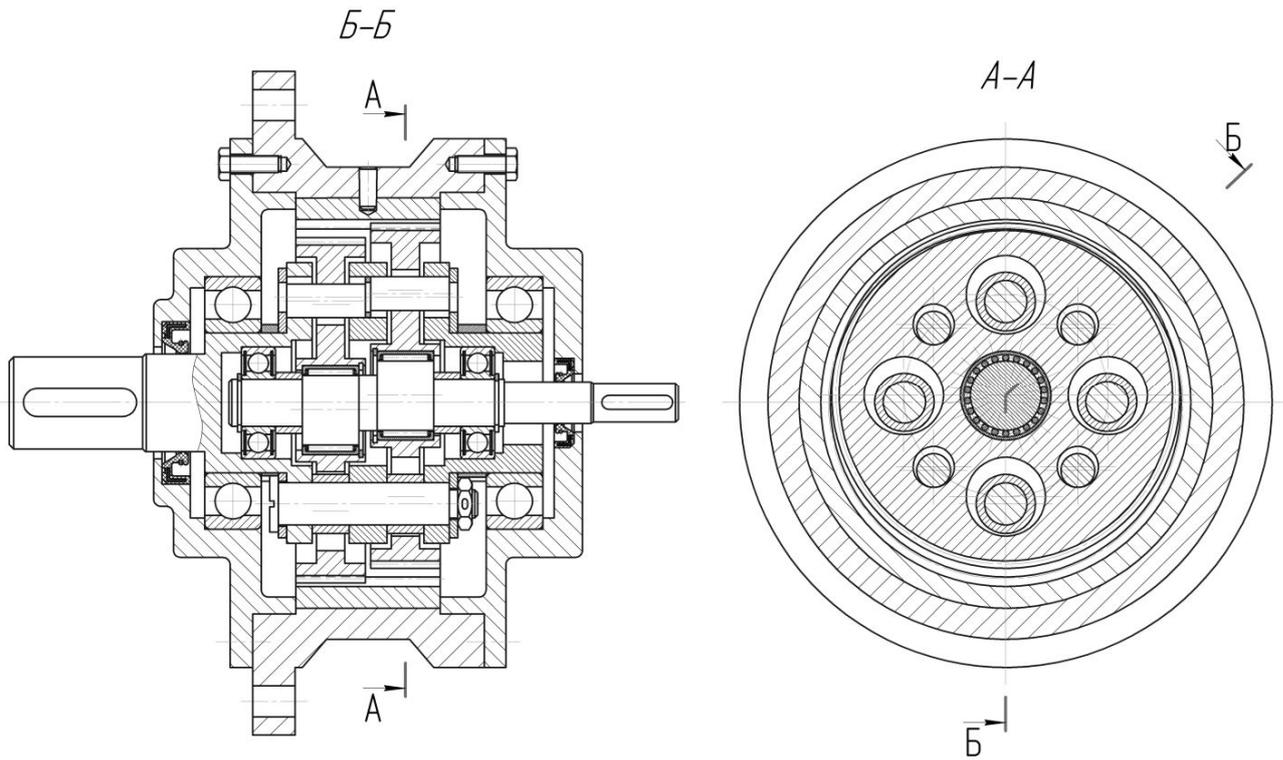


Рис. 4 – Вариант планетарной передачи типа К-Н-V с роликовым механизмом снятия движения с сателлитов (патент на изобретение №2445529, РФ, 2012, БИ №8)

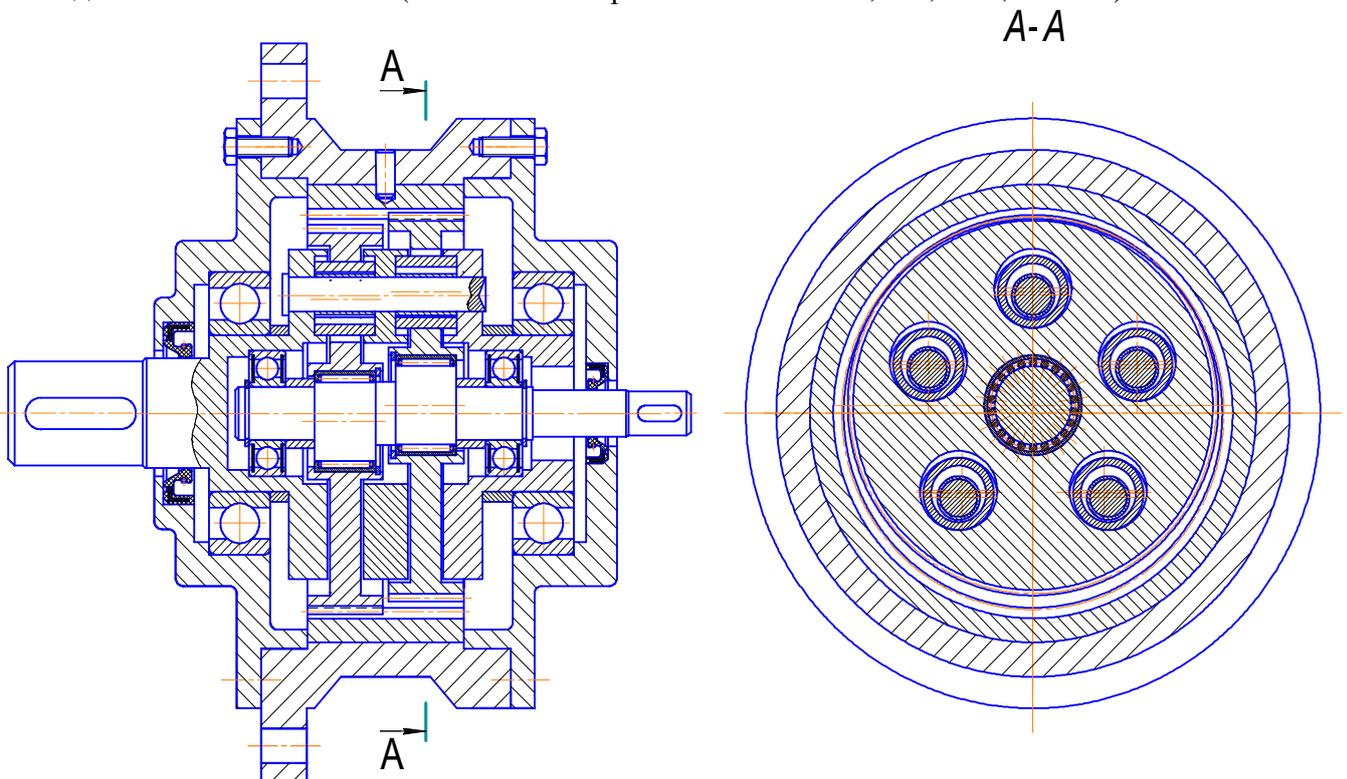


Рис. 5. Планетарная передача с полимерными роликами механизма снятия движения с сателлитов (патент на изобретение №2492376, РФ, 2013, БИ №25)

Планетарные передачи указанного типа с малой разницей чисел зубьев колес имеют малые зазоры между зубьями, которые при приложении нагрузки выбираются, в

контакт входит несколько пар зубьев, что благоприятно сказывается на нагрузочной способности привода. Особенно важно использовать это свойство в передачах повторно-кратковременного действия, где имеют место большие динамические нагрузки.

Число пар зубьев, входящих в контакт в момент пуска двигателя, и динамическая прочность передачи зависят от податливости (деформативности) элементов механизма, прежде всего от податливости зубьев колес.

Для определения числа пар зубьев, несущих нагрузку при заданном моменте на выходном валу, и распределения нагрузки между зубьями следует решить систему уравнений совместности перемещений и уравнение статики (рис.б):

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \delta bc = \sigma_{FP} bm / Y_F K_{F\Sigma} \cos \alpha, \\ F_{i=1} &= (\delta - \Delta_{i=1}) bc, \\ F_{j=1} &= (\delta - \Delta_{j=1}) bc, \\ &\dots\dots\dots, \\ F_{i=n} &= (\delta - \Delta_{i=n}) bc, \\ F_{j=m} &= (\delta - \Delta_{j=m}) bc, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где F_0 – нормальная сила в наиболее нагруженной паре зубьев; F_i – сила в i -й паре зубьев справа от наиболее нагруженной пары; F_j – сила в j -й паре зубьев слева от наиболее нагруженной пары; δ – деформация наиболее нагруженной пары зубьев; b – ширина венца сателлита; c – средняя жесткость пары зубьев зацепляющихся колес ($c = 0,075E$, E – модуль Юнга); α – угол профиля исходного контура; $K_{F\Sigma}$ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине зуба, геометрические параметры и динамику передачи; σ_{FP} – допустимое напряжение изгиба зуба сателлита; Y_F – коэффициент формы зуба; m – модуль зацепления.

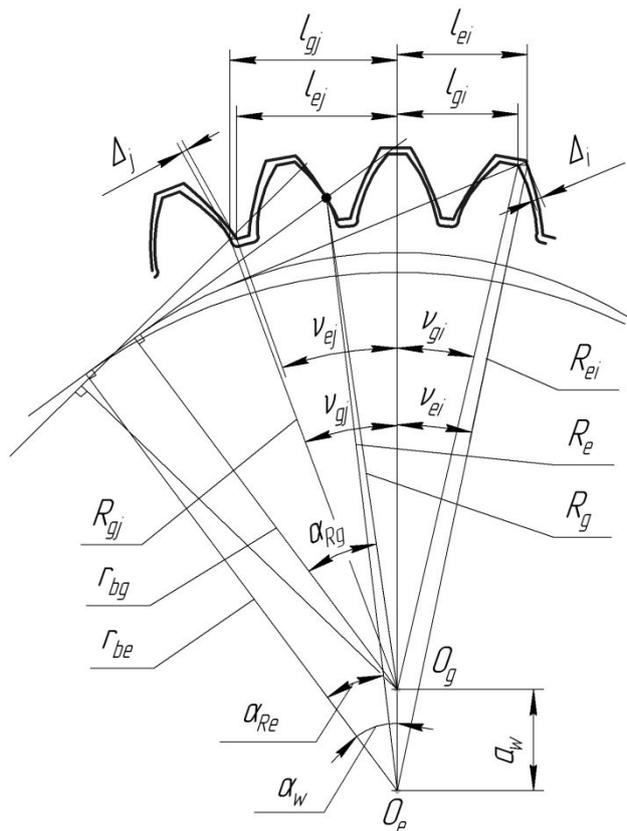


Рис.6 - Внутреннее эвольвентное зацепление колес

Входящие в уравнения совместности перемещений зазоры между парами зубьев выражаются через модуль зацепления в соответствии с рис.6 и с учетом того, что неблагоприятной с точки зрения изгибной прочности является фаза зацепления, при которой вершина зуба сателлита сопрягается с зубом неподвижного колеса:

$$\Delta_i = (R_{ei} \sin v_{ei} - l_{gi}) \cos(\alpha_{ag} - v_{gi}), \quad (2)$$

$$\Delta_j = (R_{gj} \sin v_{gj} - l_{ej}) \cos(\alpha_{ae} - v_{ej}), \quad (3)$$

где α_{ag}, α_{ae} - углы профилей зубьев сателлита g и неподвижного колеса e на окружностях выступов.

В соответствии с этим коэффициент распределения нагрузки, показывающий, какая доля общей нагрузки в зацеплении приходится на наиболее нагруженный зуб,

$$\Psi = \Phi_0 / \left(\sum_{i=1}^n \Phi_i + \sum_{j=1}^m \Phi_j + \Phi_0 \right). \quad (4)$$

На рис.7 приведены кривые зависимости Ψ от числа зубьев сателлита z_g при различных значениях Δz , построенные по выражению (4) для реверсивной передачи с колесами из термоулучшенной стали, нагрузочная способность которой лимитируется изгибной прочностью зубьев сателлита. Угол зацепления и высота зубьев сателлита

подбирались исходя из условий обеспечения начального коэффициента перекрытия $\varepsilon \geq 1,05$ и отсутствия явления интерференции.

Полученные значения относительных погонных нагрузок в контактирующих парах зубьев колес позволяют определить суммарную нагрузку и при заданном моменте на выходном валу T найти требуемый модуль зацепления m . Так для двухсателлитной конструкции передачи

$$T / (m b r_{bg}) = 2 \left(\sum_{i=1}^n \Phi_i + \sum_{j=1}^m \Phi_j + \Phi_0 \right), \quad (5)$$

или в безразмерном выражении

$$T^* = T / (E m^3) = z_g \bar{b} \cos \alpha \left(\sum_{i=1}^n \Phi_i + \sum_{j=1}^m \Phi_j + \Phi_0 \right) / E, \quad (6)$$

где $\bar{b} = b / m$, r_{bg} – радиус основной окружности сателлита.

График зависимости величины T^* от z_g и Δz при $\bar{b} = 15$ показан на рис.8. Из него следует, что с ростом числа зубьев сателлита z_g и снижением величины Δz нагрузочная способность передачи растет. Это вызвано уменьшением зазоров в зацеплении и увеличением числа пар зубьев, несущих нагрузку.

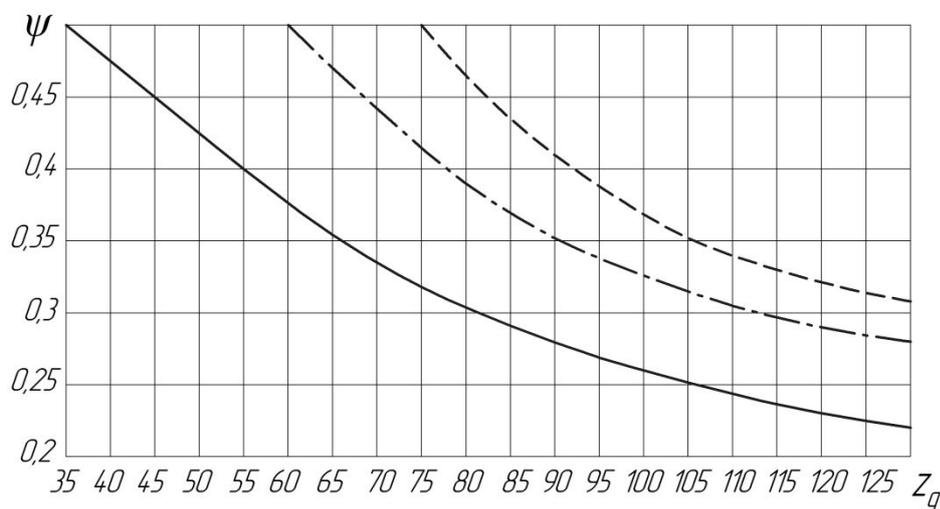


Рис.7 - Зависимость коэффициента распределения нагрузки Ψ от числа зубьев сателлита z_g и разности чисел зубьев колес Δz :

————— - $\Delta z = 1$; ······ - $\Delta z = 2$; - - - - - $\Delta z = 3$

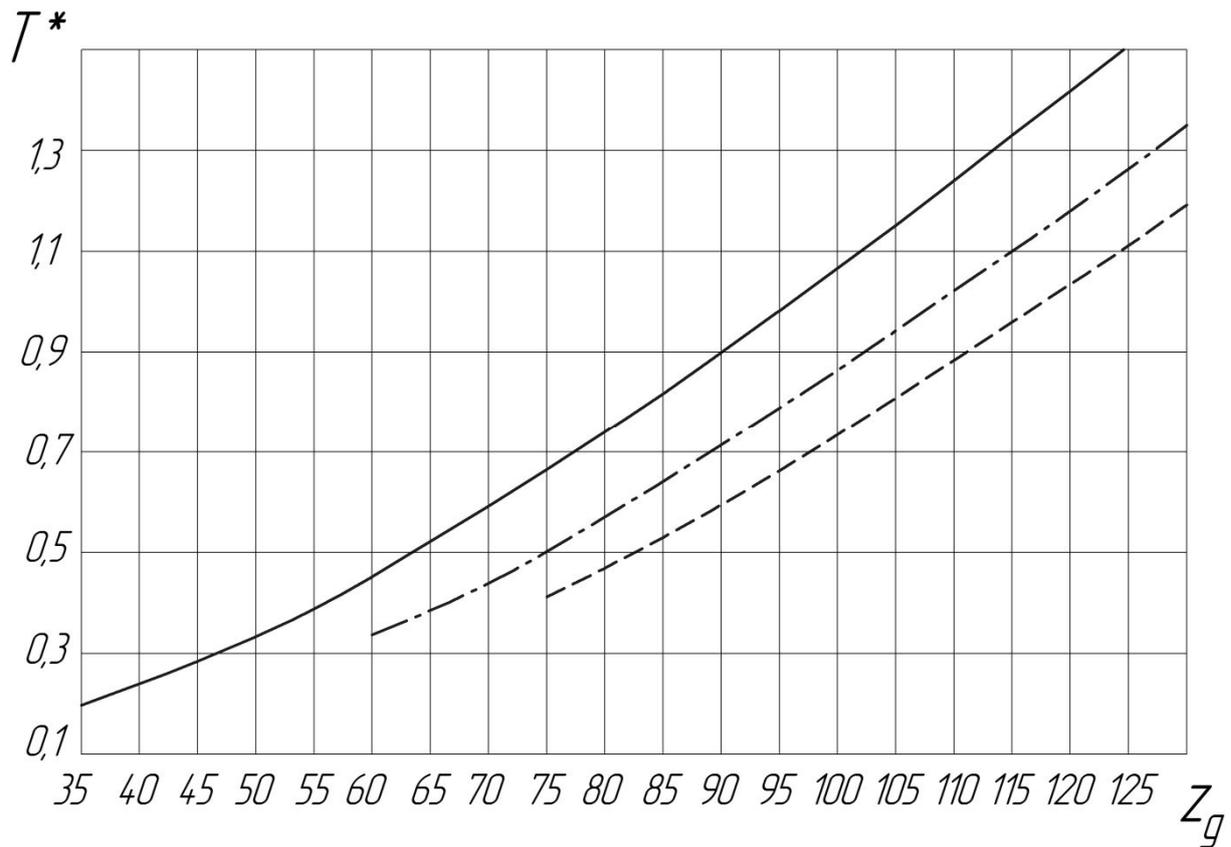


Рис.8. Зависимость относительного момента на выходном валу T^* от z_g и Δz :

————— - $\Delta z = 1$; - · - · - · - · - · - $\Delta z = 2$; - - - - - $\Delta z = 3$

Из вышеприведенных уравнений следует, что число пар зубьев, несущих нагрузку, и прочность зацепления зависят от его жесткости (чем меньше жесткость зацепления, тем большее число зубьев находится в контакте и выше прочность механизма) и чисел зубьев колес.

Для снижения жесткости зацепления и увеличения нагрузочной способности привода возможно выполнение колес с отверстиями или пазами у основания зубьев, либо использование неподвижного колеса с гибким ободом. Причем размеры элементов колес следует подобрать так, чтобы снижение изгибной прочности отдельно взятого зуба компенсировать с запасом повышением числа пар зубьев, несущих нагрузку. Однако этот метод сопряжен с существенными технологическими трудностями.

Учитывая, что нагрузочная способность передач указанного типа в большинстве случаев лимитируется изгибной прочностью зубьев сателлита, снизить напряжения изгиба можно за счет уменьшения высоты делительной ножки h_f зуба указанного колеса и увеличения радиуса кривизны его переходной кривой ρ_f . С этой целью предлагается использовать модифицированный исходный контур колес,

представляющий собой скорректированный вариант исходного контура по ГОСТ 13755-81, который позволяет улучшить качественные показатели зацепления и передачи в целом. Параметры указанного исходного контура (рис.9):

$$\alpha = 20^\circ; h_a = m; h_l = 1,75; \rho_f = \frac{0,5}{\cos \alpha} [0,5\pi m - 2(h_l - h_a) \operatorname{tg} \alpha] = 0,545m;$$

$$C = \rho_f (1 - \sin \alpha) = 0,359m; h_f = h_l - h_a + \rho_f (1 - \sin \alpha) = 1,109m; h = h_l + C = 2,109m;$$

$$h_c = h - h_a - \rho_f = 0,564m.$$

На рис.10 показан профиль образованных таким контуром зубьев.

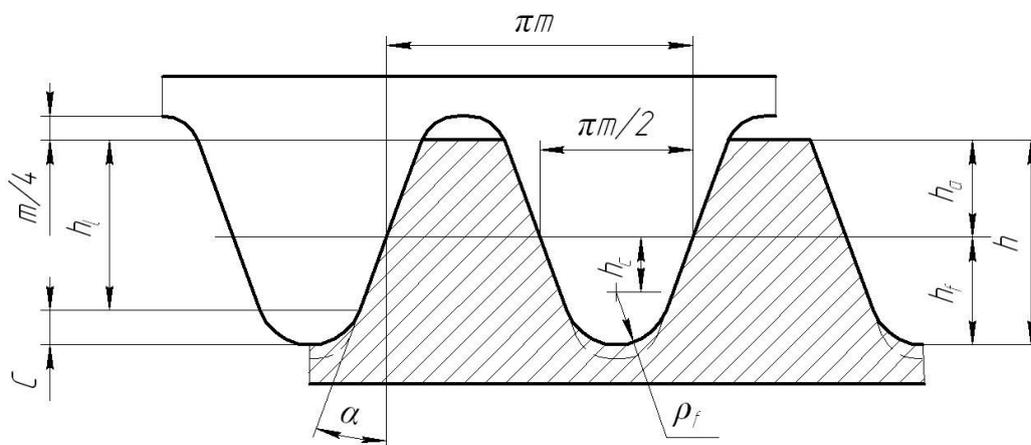


Рис. 9. Модифицированный исходный и исходный производящий контуры колес (пунктиром показан исходный контур по ГОСТ 13755-81)

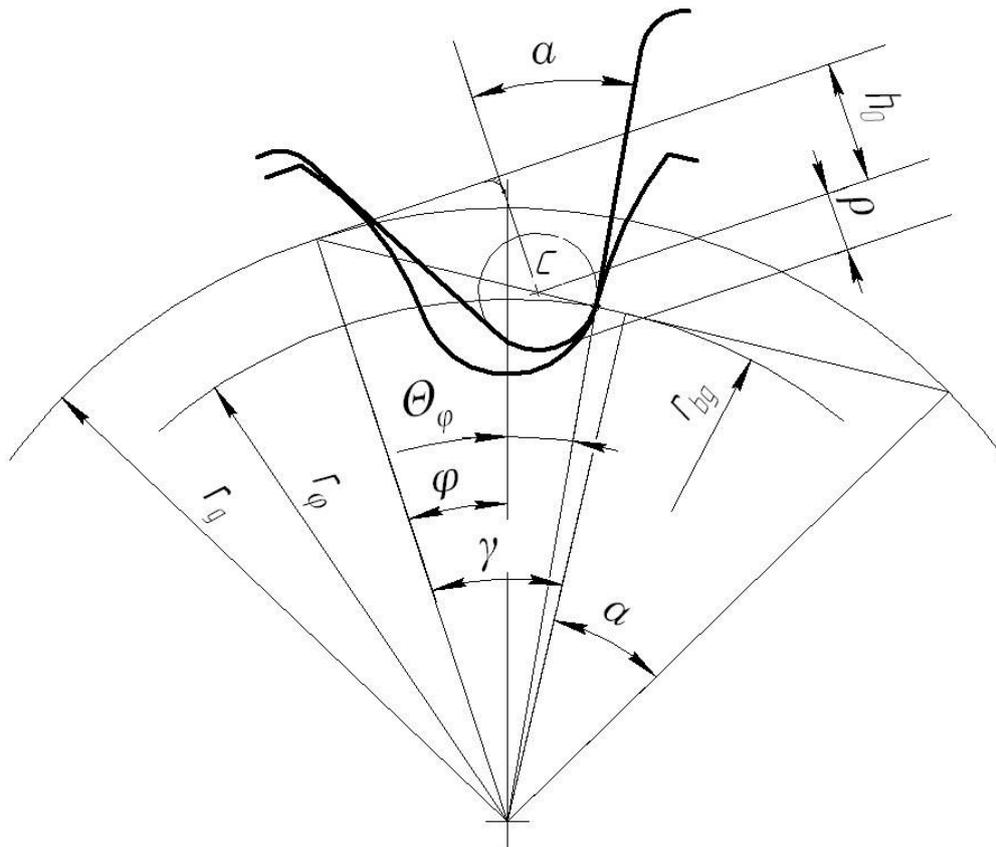


Рис. 10. Формообразование профиля зуба сателлита с модифицированным исходным контуром

Переходная кривая зуба сателлита в этом случае имеет вид эквидистанты удлиненной эвольвенты, уравнения которой могут быть представлены в следующем параметрическом виде:

$$\left. \begin{aligned} r_\varphi &= \sqrt{r_g^2 + \left(\frac{h_0}{\sin \gamma} + \rho_f \right)^2 - 2r_g \left(\frac{h_0}{\sin \gamma} + \rho_f \right) \sin \gamma}, \\ \theta_\varphi &= \arcsin \left[\frac{\cos \gamma \left(\frac{h_0}{\sin \gamma} + \rho_f \right)}{r_\varphi} \right] - \frac{h_0}{r_g \operatorname{tg} \gamma}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $h_0 = h_c - x_g m$, $\gamma = \operatorname{arctg} \left(\frac{h_0}{r_g \varphi} \right)$, $r_g = 0,5 m z_g$, x_g - коэффициент смещения исходного контура сателлита, $\rho_f = \rho$ (см. рис.9, 10).

В граничной точке профиля зуба сателлита l угол $\gamma = \alpha$ и

$$r_\varphi = r_{lg} = \sqrt{(0,5mz_g)^2 + \left(\frac{h_0}{\sin \alpha} + \rho_f\right)^2} - mz_g (h_0 + \rho_f \sin \alpha). \quad (8)$$

Угол зацепления α_w и радиусы окружностей вершин зубьев неподвижного колеса r_{ae} и сателлита r_{ag} определяются из условий обеспечения требуемой величины коэффициента перекрытия ($\varepsilon \geq 1$), исключения интерференции кромки зуба колеса с переходной поверхностью зуба сателлита и интерференции продольной кромки внешнего зуба с главной поверхностью внутреннего [1]. При этом в зоне максимальной глубины захода зубьев должен быть обеспечен боковой зазор между переходной поверхностью зуба сателлита и вершиной зуба неподвижного колеса ($\nu \geq 0$):

$$\nu = 2 \left[r_{\varphi_e} \theta_{\varphi_e} - r_{ae} \left(\text{inv} \alpha_{ae} - \text{inv} \alpha + \frac{0,5\pi - 2x_e \text{tg} \alpha}{z_e} \right) \right] \geq 0. \quad (9)$$

Здесь $\alpha_{ae} = \arccos\left(\frac{mz_e \cos \alpha}{2r_{ae}}\right)$; $r_{\varphi_e} = r_{ae} - a_w$; $a_w = \frac{m(z_e - z_g) \cos \alpha}{2 \cos \alpha_w}$; x_e и Z_e -

соответственно, коэффициент смещения исходного контура и число зубьев неподвижного колеса; Θ_{φ_e} - полярный угол, соответствующий радиус-вектору точки переходной кривой сателлита r_{φ_e} и определяемый из уравнений (7).

Использование модифицированного исходного контура при рациональном геометрическом синтезе зацепления позволяет, как показывает конечно-элементный анализ напряжений, увеличить изгибную прочность зуба сателлита планетарной передачи по сравнению со стандартным на 15%-20%. Несущая способность указанной передачи выше, чем аналогичный показатель наиболее распространенной традиционной трехсателлитной передачи типа 2К-Н [6,7], благодаря нахождению под нагрузкой в каждом зацеплении одновременно многих пар зубьев (до 7 пар [5]).

При небольшой разнице чисел зубьев зацепляющихся колес и, следовательно, небольшом эксцентриситете водила приведенный радиус кривизны сопряжения ролика с сателлитом и дисками выходного звена является достаточно большим, чем обеспечивается его контактная прочность. Влияние деформации роликов на распределение нагрузок в их сопряжениях при соответствующей степени точности изготовления и рационально подобранных параметрах механизма невелико [8]. Поэтому напряжения в зонах контакта роликов с элементами передачи не оказывают влияния на нагрузочную способность механизма.

На базе проведенных исследований создан ряд рациональных конструкций, некоторые из которых изготовлены и испытаны (рис.11,12). Эффективность предложенных конструкций передач подтверждена экспериментально, они имеют

близкую к расчетной нагрузочную способность, их КПД при номинальном моменте на выходном валу 92%-95%.



Рис. 11 - Блок сателлитов планетарной передачи, выполненной по схеме рис. 10 ($m = 1,5$; $z_g = 100$; $\Delta z = 2$)

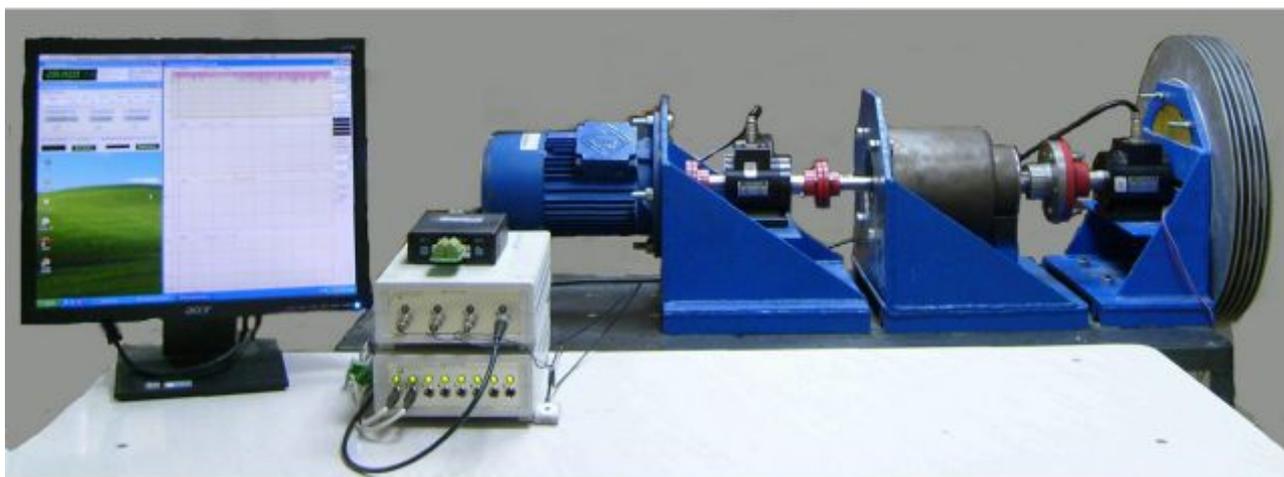


Рис. 12 – Испытательный стенд

Reference:

1. Kudryavtsev V.N. *Planetary transmission: Directory* / V.N. Kudryavtsev, N. Kirdyashev. - M.: Engineering, 1977. - 535.
2. Timofeev G.A. *Geometro-kinematic study of combined planetary wave mechanism* / G.A. Timofeev, M.V. Samoilova // *Vestnik MSTU. NE Bauman. Mechanical Engineering*. - 2012. - № 1. - pp. 70-80.
3. Lopatin B.A. *Formation of internal engagement approximate helical- bevel gear* / B.A. Lopatin, E.A. Polouektov, S.A. Khaustov // *Herald SUSU. Series "Engineering"*. - 2011. - № 17. - pp. 39-48.
4. Ivanov A.S. *Structural performance planetary gears for high- lantern servo drives* / A.S. Ivanov, M.M. Yermolaev, D.E. Krikunov, A.A. Miroschnik, S.K. Rudnev, A.V. Chirkin // *Bulletin of mechanical engineering*. - 2013. - № 3. - pp. 9-11.
5. Plekhanov F.I. *Influence of the geometry of the planetary gear wheels meshing type KHV on the performance of its strength* // *Bulletin of mechanical engineering*. - 2013. - № 3.- pp. 16-20.
6. Kahraman A., H. Ligata and A. Singh, «Influence of ring gear rim thickness on planetary gear set behavior», *Journal of Mechanical Design*, vol. 132, p. 021002, 2010.
7. Singh, «Epicyclic load sharing map – development and validation», *Mechanism and Machine Theory*, pp. 632-646, 2011.
8. Plekhanov F.I. *The study load distribution along the length of the roller gear-roller planetary gear* / F.I. Plekhanov, A.V. Ovsyannikov // *Bulletin of mechanical engineering*. - 2011. - № 3. - pp. 12-14.