

Dmitry I. Tkach,
ScD, professor,
Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture
Dnepropetrovsk, Ukraine

Basic Principals of Systemic Descriptive Geometry as a Fundamental Science [Dmitry I. Tkach]

Keywords: *system, geometry, morphology, technology, algorithm.*

Annotation: *Work is devoted to the principles of disclosure of the main course of constructing a system of descriptive geometry for students of architectural specialties as a fundamental science.*

Постановка задачи: На основе естественнонаучного принципа системности любых реальных или воображаемых объектов соответствующих пространств раскрыть системное содержание евклидовой и монжевой геометрий и, опираясь на него, раскрыть смысл главных принципов системной начертательной геометрии как самостоятельной геометрической науки, которая, с одной стороны, исследует конструктивные свойства идеальных форм будущих реальных объектов, а с другой, используя различные проекционные аппараты, разрабатывает рациональные графические технологии построения и взаимного преобразования обратимых изображений этих объектов (их чертежей) на основе аксиоматического описания изобразительных свойств тех видов проекций, в которых созданы эти чертежи.

Анализ этой постановки показывает, что системная начертательная геометрия содержит три тематических раздела: *морфологический* (о формах и пространствах существования объекта и его изображений), *технологический* (о графических технологиях построения и взаимного преобразования обратимых изображений) и *геометро-графический* (о конструктивнокомпозиционных свойствах изображаемых объектов и об изобразительных свойствах их различных проекций).

Нетрудно видеть, что эта структура концептуально моделирует структуру евклидовой геометрии как науки о «формах, размерах и взаимном расположении объектов в пространстве» [1, с.5].

Раскрытие системного содержания этой структуры является *главной целью* системной начертательной геометрии как *фундаментальной науки*.

Достижение этой цели приводит к системной интерпретации всех традиционных положений монжевой начертательной геометрии, в результате чего она преобразуется в системную начертательную геометрию.

Общепринято считать, что евклидова геометрия является образцом системной науки потому, что она описывает структуру реального пространства, объекты которого владеют множеством свойств, соответствующей структурой евклидова пространства, объекты которого владеют только двумя группами геометрических свойств – *позиционными и метрическими*.

Эти свойства объектов евклидоваго пространства (точек, линий, плоскостей, поверхностей) описываются аксиоматикой Евклида-Гильберта, которая определяет возможность мысленного конструирования из этих элементов других объектов со структурами любой сложности путём установления между ними соответствующих связей и отношений.

У понятий «связь» и «отношение» общим является то, что с их помощью отдельные элементы объединяются в системы, а различие в том, что связь всегда конструктивна, а отношения – нет. В интерпретации Д.Гильберта группы аксиом соединения, порядка, непрерывности и параллельности описывают связи взаимной принадлежности, пересечения, касания и параллельности, которые определяют *позиционные* свойства идеальной формы объекта, а группа аксиом движения – отношения конгруэнтности, равенства, тождественности и перпендикулярности, которые определяют её *метрические свойства*.

Глубокое понимание конструкции, композиции и метрики существующих объектов и способность их геометрического, то есть, мысленного моделирования, является основой профессионального конструктивно-композиционного мышления будущих архитекторов, а поступательное развитие этого понимания и умения студентами является *главной целью* педагогической технологии их обучения основам системной начертательной геометрии.

Главный метод исследования конструктивно-композиционных свойств геометрических форм изображаемых объектов, а также изобразительных свойств их различных видов проекций – *синтетико-аксиоматический*.

Содержание системной начертательной геометрии как фундаментальной науки основано на принципах *системности, модельности, взаимности отношений между элементами геометрических систем, изоморфизма, проецирования, алгоритмичности, экзактности (точности графических построений), движения, рациональности и оптимальности разрабатываемых графических технологий*.

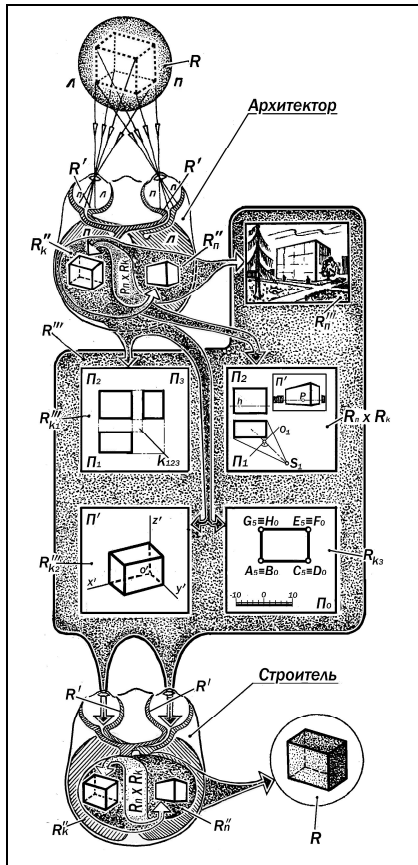
Принцип системности является ведущим естественнонаучным принципом понимания сути как природных, так и искусственных объектов прошлого, настоящего и будущего. В отличие от природных объектов как сложных систем взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, которые возникают естественным путём, искусственные объекты системы делаются человеком по их за-ранее выполненным *рабочим чертежам*, которые, в свою очередь, также являются *системными*. В связи с этим возникает научная проблема установления соответствий между взаимосвязанными элементами будущего изображаемого объекта, и соответствующими элементами их рабочих чертежей.

Эта проблема концептуально разрешается на основе *принципа модельности*, благодаря которому обратимое изображение несуществующего, но должнствующего быть объекта архитектуры является *графической моделью* пространственного представления архитектора о конструктивно-композиционных свойствах его структуры, которое, в свою очередь, является *геометической моделью* его действительной формы.

На основе принципов системности и модельности легко развивается описание *морфологии объекта*.

Морфологический раздел. Известно, что в общем виде под *формой* объекта понимается «способ его существования и выражения его содержания», а под его *содержанием* понимается «единство всех составных элементов, их свойств, внутренних процессов, связей, противоречий и тенденций» [2, с.372].

Если под объектом понимать искусственное материальное образование архитектурного содержания, то можно говорить о существовании его «внутренней формы» как «принципа соединения его элементов» [3, с.29], или внутренней структуры, строения, связи и способа взаимодействия частей и элементов предмета или явления» [4, с.646], и «внешней формы» как «внешнего выражения любого содержания».



Таким образом, под формой материального объекта следует понимать «диалектическое единство его внутренней и внешней форм» [5, с.16].

Анализируя содержание действительной формы реального объекта, обращаем внимание на то, что в сравнении с прочими составными, понятие *структуры*, т.е., совокупности связей и отношений между её элементами, которая осуществляет их интеграцию в единое целое, имеет *определяющее значение*. Поэтому, чисто утилитарно можно понимать под формой объекта *результат сознательной материализации структуры пространства его существования*.

Такая концепция формы определяет вопрос о существовании нескольких видов форм одного и того же объекта в зависимости от особенностей структур тех пространств, в которых этот объект располагается (рис.1).

Обобщение существующей информации и собственные исследования [5], этого вопроса приводят к таким результатам (по рис.1):

1. Любой существующий материальный объект является элементом реального физического пространства

Рис.1. Пространства и событий R , структура которого описывается геометрией формы объекта Эйнштейна-Миньковского. Сознательная материализация этой структуры определяет истинную или действительную форму этого объекта;

2. Реальное пространство R , вступая во взаимодействие с сознанием человека путем его отражения на сетчатую оболочку глаз, превращается в *ретинальное пространство R'* , которое формирует в правом полушарии головного мозга *перцептуальное*, в частности, *визуальное пространство зрительных ощущений R''_n* , структура которого описывается *проективной геометрией*.

В силу того, что процесс отражения пространства R на пространство R''_n геометрически моделируется процессом центрального проецирования, то единая

действительная форма реального объекта пространства R преобразуется этим отражением в множество его *перспективных видимых форм*, соответствующее множеству положений её наблюдателя.

3. Получив достаточное количество впечатлений о действительной форме реального объекта в виде его видимых форм, сознание преобразовывает их в единую *идеальную форму* реального объекта, локализованную в *концептуальном пространстве R''_k* , структура которого описывается *евклидовой геометрией*.

Таким образом, структура единой действительной формы объекта через посредство её видимых форм геометрически моделируется структурой единой *идеальной формы*, природа которой имеет объективное, т.е., независимое от сознания, *научное содержание*. Это содержание насыщено информацией о позиционных и метрических свойствах действительной формы объекта, которая требует определённого кодирования с целью её передачи потребителям. Одним из наиболее эффективных способов такого кодирования является графическое моделирование получаемой геометрической информации.

4. Процесс графического кодирования геометрической информации о позиционных и метрических свойствах действительной формы объекта является процессом установления определённых соответствий между взаимосвязанными элементами идеальной формы, которая геометрически моделирует действительную, и определёнными элементами *картинного пространства R'''* листа бумаги, в котором создаются те или иные *изображения как условные формы* реального объекта *разной степени совершенства*. Тут под совершенством условной формы следует понимать уровень её *полноты* или насыщенности информацией о качественных, количественных и, желательно, эстетических характеристиках действительной формы изображенного объекта.

Вполне очевидно, что структура каждой условной формы зависит от конструктивных особенностей аппарата установления соответствий между её элементами и элементами действительной формы. Такие аппараты называются *проекционными*. За исключением природного аппарата зрительного восприятия все остальные имеют искусственную, концептуальную природу и играют роль «технологического оборудования» для производства изображений с наперед заданными свойствами. К числу таких свойств изображений как условных форм объекта относятся их *наглядность, обратимость и геометрическая равноценность их структур структуре действительной формы* объекта.

Известно, что наибольшей наглядностью обладает реалистический перспективный рисунок R'''_n , который, как условная форма реального объекта, графически моделирует одну из видимых форм визуального пространства проектировщика. Если графически моделируется идеальная форма концептуального пространства R''_k , то, в зависимости от конструктивных особенностей аппарата проецирования, получают изображения, которые называются *ортогональными проекциями (R'''_{k1})*, *аксонометрическими проекциями (R'''_{k2})*, *проекциями с числовыми отметками (R'''_{k3})*, основным свойством которых является их *обратимость*.

Если говорить об обратимости перспективных изображений, то они, как условные формы, графически моделируют диалектическое единство *перцептуального R''_n* и

концептуального R''_k представления проектировщика о действительной форме реального объекта.

Таким образом, картинное пространство R''' , насыщенное различными изображениями, становится источником однозначной и достоверной информации о позиционных и метрических свойствах действительной формы изображенного объекта, необходимой и достаточной для его создания в пространстве. Нетрудно видеть, что геометрия пространства, которое *изображает* евклидово пространство, не может быть евклидовым и поэтому геометрия картинного пространства, называемая *начертательной* или *изобразительной геометрией*, является *самостоятельной* геометрической системой.

Информация, которая содержится в картинном пространстве, воспринимается и перерабатывается в сознании *производителя работ*, т.е., человека, который изготавливает объект в натуре. Для этого он должен уметь по условным формам (его чертежам) получать однозначную информацию о пространственной структуре идеальной и визуальной форм, которая даёт энергию для создания объекта в реальном пространстве.

В результате оказывается, что один и тот же объект имеет одну действительную, множество видимых, одну идеальную и несколько условных форм, которые взаимно моделируют друг друга, подчиняясь *принципу изоморфизма*, т.е., одинаковости их структур, логично вытекающей из соблюдения принципов системности и модельности, на которых основана морфология объекта. Попутно выявляется, что проектировщик в мыслях работает в реальном, проективном и картинном пространствах и вполне понятно, что для успеха его профессиональной деятельности необходимо также хорошо знать и понимать евклидову, проективную и начертательную геометрии, которые описывают эти пространства. Эти описания содержатся в системной начертательной геометрии как фундаментальной математической науке.

Технологический раздел. Основан на использовании *принципа проецирования*, который лежит в основе концептуального конструирования различных проекционных аппаратов метода двух изображений, который гарантирует *обратимость* получаемых проекций.

Наиболее простым из них является аппарат центрального проецирования, который геометрически моделирует структуру фотокамеры или аппарата зрительного восприятия человека. Изображения, которые получаются этим аппаратом, называются *центральными проекциями*, а в частности, - *перспективами*, т.е., такими центральными проекциями, при получении которых учитываются особенности зрительного восприятия человека.

Нетрудно видеть, что перспектива имеет двойную природу: как картина мира, представляемая нашему взору и как изображение этой картины.

Особенности зрительного восприятия изучает *психология*, а технологию получения перспективных проекций разрабатывает *начертательная геометрия*. Диалектическое единство чувств и знаний порождает в сознании *мыслеобразы*, графические модели

которых будут тем совершенней, чем глубже будет взаимопроникновение геометрии и психологии зрительного восприятия.

Примером плодотворности такого взаимопроникновения является принципиально новый аппарат центрального подвижного проецирования [6], который является более совершенной концептуальной моделью аппарата зрительного восприятия потому, что она геометрически моделирует его подвижность или динамизм. Этот аппарат объединяет традиционные аппараты центрального и параллельного проецирования, а конструктивно предусматривает как подвижность центра при неподвижной картине, так и совместную подвижность и центра и картины, между которыми в процессе движения расстояние может быть как постоянным, так и переменным. При этом механическое движение центра порождает в картине геометрическое движение взаимных гомологичных преобразований центральных проекций, которые в своей совокупности образуют соответствующие *группы преобразований*.

В соответствии с клейновой классификацией геометрических систем главным предметом исследования геометрии того или иного пространства являются *инварианты* соответствующих групп преобразований их элементов. В нашем случае картинное пространство заполнено *изображениями* и потому роль таких инвариантов играют *неизменные графические конструкции, вид и положение которых в картине не зависит от расположения центра проецирования в пространстве*. Такие конструкции названы *определителями перспектив* и являются частным случаем общего понятия *определителя изображений* [7] как одного из главных понятий системной начертательной геометрии потому, что их использование создаёт *наиболее рациональные графические технологии как построения, так и взаимного преобразования обратимых изображений*, про-граммами осуществления которых являются соответствующие геометрографические алгоритмы.

Кроме геометрографических алгоритмов системная начертательная геометрия использует *логические алгоритмы* последовательного выполнения графических операций по кодированию позиционной и выяснению метрической информации про изображенный объект. Таким образом выдерживается *принцип алгоритмичности*, графическая реализация которого требует соблюдения принципа *экзактности*, а также принципа *рациональности* разрабатываемых графических технологий.

Геометро-графический раздел системной начертательной геометрии как фундаментальной науки основан на результатах системного исследования конструктивного содержания позиционных и метрических свойств объектов изображаемого евклидова пространства, а также на синтетически-аксиоматическом описании *изобразительных свойств* их различных проекций в виде соответствующих *утверждений*. Тут под изобразительными имеются ввиду такие свойства разных видов проекций, которые воспринимаются зрительно и определяют характерные особенности их графической структуры [8].

Потому, что изобразительные свойства разных видов проекций различных объектов однозначно кодируют позиционную и метрическую информацию про изображенный объект, то они становятся *главным предметом исследования* системной начертательной геометрии, а система утверждений, которая их синтетически

описывает, становится её *аксиоматикой*. Тем самым системная начертательная геометрия со своей аксиоматикой, отличной от аксиоматик других геометрических систем, становится самостоятельной геометрической наукой, а не разделом евклидовой геометрии. При этом следует подчеркнуть, что она имеет интегральный характер. Ведь каждый аппарат проецирования имеет свои конструктивные отличительные особенности, которые влияют на характер изобразительных свойств получаемых с его помощью проекций. В результате получается, что одна и та же информация в разных видах проекций кодируется разными изобразительными средствами, которые описываются соответственно разными аксиоматическими утверждениями.

Отсюда следует, что системная начертательная геометрия в качестве своих подсистем имеет *геометрии картинных пространств ортогональных, аксонометрических, центральных проекций, проекций с числовыми отметками* и др. Все эти геометрии имеют широкие практические применения, что придаёт всей системной начертательной геометрии статус фундаментальной математической науки с широкими приложениями.

Reference:

1. *Glagolev N.A. Elementary Geometry. - M.: Uchpedgiz, 1954 - p. 243.*
2. *Philosophical Dictionary. Edited M.M.Rozentalya. - M.: Publishing political literature. - 1972, 495 p.*
3. *Swiderski V.I. The Dialectics of elements and struktury. -M.: Sotsekgiz, 1962. - 275 p.*
4. *Kondakov N.I. Logic Reference Dictionary. – Moscow: Nauka. 1875. – 717 p.*
5. *Tkach D.I., Russkevich N.L., Nirinberg P.R., Tkach M.N. Architectural drawing. Handbook. - Kiev: Budivel'nik, 1991. - 271 p.*
6. *Tkach D.I. Movable central projection. // Applied Geometry and Engineering Graphics, Issue 8 - Kiev: 1969. - p. 115 -119.*
7. *Russkevich N.L. Descriptive Geometry - Kiev: Vyshcha school. - 1978. - 310 p.*
8. *Tkach D.I. Descriptive Geometry System (monograph). Dnepropetrovsk: -2011, p. 354.*