

**Valery I. Vasenin,**  
PhD, assistant professor

**Alexey V. Bogomjagkov,**  
post-graduate

**Konstantin V. Sharov,**  
post-graduate  
Perm National Research Polytechnic University

## Investigation into a Storey-shaped Gating System

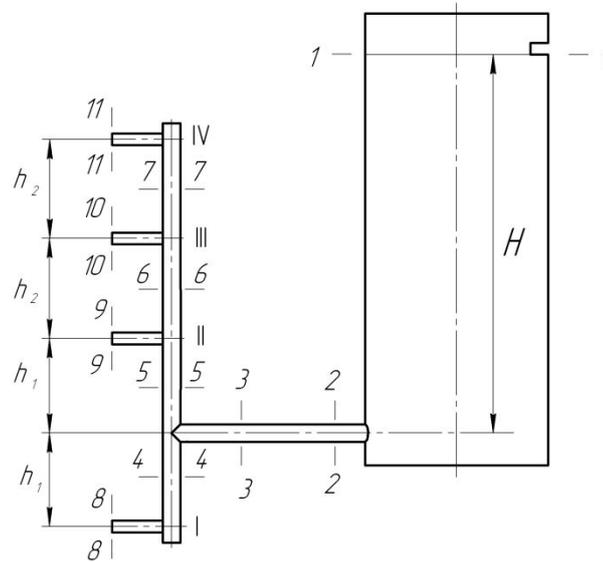
**Key words:** *collector, feeder, head, resistance coefficient, expense coefficient, stream speed, consumption of liquid*

**Annotation:** *The results of theoretical and experimental study of tiered gating system. A method for calculating the velocity and flow rate in each feeder and the entire system based on the number of concurrent feeders and their position adjustment form. This was accomplished through the use of the Bernoulli equation to sections of streams with different costs (and the masses) without any additional conditions. It takes into account three types of head losses: friction in length, in the local resistance to change and pressure. Changes in pressure occur in the flow dividing portion or branch of the main fluid stream. The decision is the method of successive approximations given the speed ratio to the resultant calculation. A good agreement between the calculated and experimental data is presented.*

Ранее были исследованы  $L$ -образная (1) разветвленная (2), комбинированная (3) крестовинная (12), и кольцевая (6) литниковые системы (ЛС). Разница между расчетными и опытными значениями скоростей, расходов и напоров составляла несколько процентов. Это удивительно, так как использовали в расчетах уравнение Бернулли (УБ) для потока с переменным расходом (и массой). Хотя оно выведено для потока жидкости с постоянным расходом (11) (массой) – при отсутствии раздачи потока по питателям. И его использование при расчетах ЛС с изменяющимся до нуля расходом жидкости в коллекторе (шлакоуловителе) *теоретически не доказано*. В перечисленных ЛС питатели располагаются в одной горизонтальной плоскости, а гидравлический напор в системе один и тот же для всех питателей. Поэтому представляется целесообразным экспериментально и расчетами исследовать такую сложную ЛС, как ярусная, при размещении питателей на разных уровнях (ярусах) по высоте формы, когда напоры жидкости в питателях разные.

Ярусная литниковая система (ЛС) показана на рисунке. Система состоит из чаши-стояка, горизонтального коллектора, вертикального коллектора и питателей. Диаметр чаши-стояка равен 175 мм. Уровень жидкости  $H$  – расстояние по вертикали от сечения  $I-I$  в чаше-стояке до продольной оси горизонтального коллектора – поддерживался постоянным путем непрерывного доливания воды в чашу и слива ее излишек через специальную щель в чаше:  $H = 0,4530$  м. Жидкость выливается сверху из питателей в форму. В сечениях коллектора 2–2 и 3–3 установлены для измерения напора пьезометры – стеклянные трубочки длиной 500 мм и внутренним диаметром 4,5

мм. Время истечения жидкости из каждого питателя составляло 50–250 с – в зависимости от количества одновременно работающих питателей, а вес вылившейся из питателя воды – около 9 кг. Эти временные и весовые ограничения обеспечили отклонение от среднего значения скорости  $\pm 0,005$  м/с, не более. Расход жидкости из каждого питателя определялся не менее 6 раз.



Литниковая система

Сначала произведем расчет истечения жидкости только из одного питателя I. Составим уравнение Бернулли (УБ) для сечений 1–1 и 8–8 ЛС:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + H + h_1 = \frac{p_8}{\gamma} + \alpha \frac{v_8^2}{2g} + h_{1-8}^{(1)}, \quad (1)$$

где  $p_1$  и  $p_8$  – давления в сечениях 1–1 и 8–8, Н/м<sup>2</sup> (равны атмосферному давлению:  $p_1 = p_8 = p_a$ );  $\alpha$  – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса); принимаем  $\alpha = 1,1$ ;  $g$  – ускорение свободного падения;  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>;  $v_1$  и  $v_8$  – скорости металла в сечениях 1–1 и 8–8, м/с (вследствие большой разности площадей чаши-стояка  $S_1$  в сечении 1–1 и питателя  $S_n$  в сечении 8–8 можно принять  $v_1 = 0$ );  $\gamma$  – удельный вес жидкого металла, Н/м<sup>3</sup>;  $h_{1-8}^{(1)}$  – потери напора при движении жидкости от сечения 1–1 до сечения 8–8 (в случае работы только одного питателя I), м. Эти потери напора

$$h_{1-8}^{(1)} = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-4} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_4^2}{2g} + \left( \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} \right) \alpha \frac{v_8^2}{2g}, \quad (2)$$

где  $\zeta_{\kappa}$ ,  $\zeta_{3-4}$  и  $\zeta_n$  – коэффициенты местных сопротивлений входа металла из чаши-стояка в коллектор, поворота из сечения 3–3 в сечение 4–4 и поворота из коллектора в питатель I;  $v_3$  и  $v_4$  – скорости жидкости в сечениях 3–3 и 4–4 коллектора, м/с;  $v_3 = v_4$ ;  $l_{\kappa}$  – длина коллектора на участке от чаши-стояка до вертикально расположенного коллектора, м;  $d_{\kappa}$  и  $d_n$  – гидравлические диаметры коллектора и питателя I, м;  $\lambda$  – коэффициент потерь на трение;  $h_1$  – расстояние от горизонтальной

оси коллектора до горизонтальной оси питателя I, м;  $l_n$  – длина питателя, м. Расход в ЛС при сливе сверху определяется скоростью металла  $v_8$  в выходном сечении 8–8 питателя I и площадью  $S_n$  его поперечного сечения:  $Q = v_8 S_n$ .

Остальные скорости жидкости в каналах ЛС определяем из уравнения неразрывности потока:

$$Q = v_2 S_\kappa = v_3 S_\kappa = v_4 S_\kappa = v_8 S_n, \quad (3)$$

где  $S_\kappa$  – площадь сечения коллектора, м<sup>2</sup>. Выразим все скорости металла в (2) через скорость  $v_8$ , используя уравнение неразрывности потока (3):

$$h_{1-8(8)}^{(1)} = \alpha \frac{v_8^2}{2g} \left[ \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa + h_1}{d_\kappa} + \zeta_{3-4} \right) \left( \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} \right]. \quad (4)$$

Выражение в квадратных скобках обозначим как  $\zeta_{1-8(8)}^{(1)}$  – это коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 8–8, приведенный к скорости жидкости в сечении 8–8:

$$\zeta_{1-8(8)}^{(1)} = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa + h_1}{d_\kappa} + \zeta_{3-4} \right) \left( \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}. \quad (5)$$

Теперь (1) можно записать так:

$$H + h_1 = \alpha v_8^2 (1 + \zeta_{1-8(8)}^{(1)}) / 2g. \quad (6)$$

А коэффициент расхода системы от сечения 1–1 до сечения 8–8, приведенный к скорости  $v_8$ ,

$$\mu_{1-8(8)}^{(1)} = (1 + \zeta_{1-8(8)}^{(1)})^{-1/2}. \quad (7)$$

Скорость

$$v_8^{(1)} = \mu_{1-8(8)}^{(1)} \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (H + h_1)}.$$

8)

Расход  $Q$  находим по выражению (3). Длина каждого питателя  $l_n = 0,0495$  м, длина коллектора на участке от стояка до вертикального коллектора  $l_\kappa = 0,2380$  м.  $h_1 = 0,1240$  м,  $h_2 = 0,1190$  м. Диаметр питателя  $d_n = 0,00903$  м, диаметр коллектора  $d_\kappa = d_2 = d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = d_7 = 0,01603$  м. Принимаем, как и в работе (10), что коэффициент потерь на трение  $\lambda = 0,03$ . Коэффициент  $\zeta_\kappa$  – это коэффициент местного сопротивления входа из сосуда большого диаметра в трубу. При нескругленной входной кромке трубы коэффициент  $\zeta_\kappa = 0,3$  (5). Коэффициент местного сопротивления поворота на 90° в коллекторе из сечения 3–3 в сечение 4–4 (без изменения площадей сечений потока до и после поворота)  $\zeta_{3-4} = 0,885$  (4).  $\zeta_{3-4} = \zeta_{3-5} = 0,885$ . Коэффициент местного сопротивления поворота на 90° из коллектора в питатель (с изменением площадей сечений)  $\zeta_n = 0,334$  (4).

Результаты расчетов по соотношениям (5), (7), (8) и (3):  $\zeta_{1-8(8)}^{(1)} = 0,683642$ ,  $\mu_{1-8(8)}^{(1)} = 0,770682$ ,  $v_8^{(1)} = 2,472385$  м/с,  $Q^{(1)} = Q_8^{(1)} = 158,336673 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с.

Расчеты истечения жидкости из питателей II, III и IV производим аналогично, со следующими поправками. При работе питателя II в выражении (8) вместо “ $H + h_1$ ” должно быть “ $H - h_1$ ”, для питателя III – “ $H - h_1 - h_2$ ”, для питателя IV – “ $H - h_1 - 2h_2$ ”. У питателей I и II коэффициенты сопротивлений и расхода одинаковы:  $\zeta_{1-8(8)}^{(1)} = \zeta_{1-9(9)}^{(1)} = 0,683642$ ,  $\mu_{1-8(8)}^{(1)} = \mu_{1-9(9)}^{(1)} = 0,770682$ . Для питателя III коэффициент

сопротивления  $\zeta_{1-10(10)}^{(1)} = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa} + h_1 + h_2}{d_{\kappa}} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}$ , для питателя IV

коэффициент сопротивления  $\zeta_{1-11(11)}^{(1)} = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa} + h_1 + 2h_2}{d_{\kappa}} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}$ .

Результаты расчетов и экспериментов приведены в табл. 1.  $Q^* = \frac{Q - Q_2}{Q_2} \cdot 100$ .

Как видно из табл. 1, расчетные значения расходов превышают экспериментальные, причем для нижнего питателя I на 0,5 %, а для верхнего питателя IV уже на 4,0 %.

Таблица 1

Характеристики литниковой системы при работе одного питателя

Работающие питатели	I	II	III	IV
$\zeta$	0,684	0,684	0,706	0,728
$\mu$	0,771	0,771	0,766	0,761
$v$ , м/с	2,473	1,867	1,482	0,969
$v_3$ , м/с	2,461	1,853	1,466	0,930
$Q \cdot 10^6$ , м <sup>3</sup> /с	158,34	119,56	94,89	62,06
$Q_2 \cdot 10^6$ , м <sup>3</sup> /с	157,63	118,68	93,91	59,58
$Q^*$ , %	+0,5	+0,7	+1,0	+4,0

Найдем расход металла в ЛС при работе питателей I и II. Составим УБ для сечений I–I и 8–8 питателя I ( $v_2 = v_3$ ,  $v_4 \neq v_5$ ):

$$H + h_1 = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-4(4)}^{\partial} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_4^2}{2g} + \left( \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_8^2}{2g}, \quad (9)$$

и для сечений I–I и 9–9 питателя II:

$$H - h_1 = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-5(5)}^{\partial} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g}. \quad (10)$$

где  $\zeta_{3-4(4)}^{\partial}$  – коэффициент сопротивления (не местного) на деление потока в коллекторе в сечении 3–3 между сечениями 4–4 и 5–5, приведенный к скорости металла в сечении 4–4;  $\zeta_{3-5(5)}^{\partial}$  – коэффициент сопротивления (не местного) на деление потока в коллекторе в сечении 3–3 между сечениями 4–4 и 5–5, приведенный к скорости

жидкости в сечении 5–5. Эти коэффициенты определяем по следующему соотношению (8):

$$\zeta^{\partial} = \left[ 1 + \varphi(v_{\partial}/v)^2 \right] / (v_{\partial}/v)^2, \quad (11)$$

где  $\varphi$  – коэффициент, зависящий от скругления кромок места деления потока;  $v$  – скорость жидкости до деления потока, м/с;  $v_{\partial}$  – скорость жидкости в одном из каналов после деления потока, м/с. При большом радиусе скругления  $\varphi = 0,3$ , при нулевом радиусе скругления  $\varphi = 1,5$ ; для нашей ЛС  $\varphi = 1,5$ . Как видно, коэффициенты  $\zeta_{3-4(4)}^{\partial}$  и  $\zeta_{3-5(5)}^{\partial}$  зависят от отношений скоростей  $v_4/v_3$  и  $v_5/v_3$ , которые тоже неизвестны.

Уравнение неразрывности потока для работы двух питателей имеет вид:

$$Q = v_2 S_{\kappa} = v_3 S_{\kappa} = v_4 S_{\kappa} + v_5 S_{\kappa} = v_8 S_n + v_9 S_n = (v_8 + v_9) S_{\kappa}. \quad (12)$$

Допустим, что скорость жидкости в питателе II равна  $x_2$  скорости в питателе I:

$v_9 = x_2 \cdot v_8$ . Тогда из (12) получаем:

$$Q = v_3 S_{\kappa} = (v_8 + v_9) S_n = (v_8 + x_2 \cdot v_8) S_n = v_8 (1 + x_2) S_n. \quad (13)$$

Назовем величину  $(1 + x_2) S_n$  приведенной – к скорости  $v_8$  – площадью питателей  $S_{np(8)}^{(2)}$  (для двух работающих питателей). Расход в системе

$$Q = v_8 S_{np(8)}^{(2)}. \quad (14)$$

Нужно задаться величиной  $x_2$ . Это может быть любое число. Однако ясно, что  $v_8$

больше  $v_9$ , так как  $H + h_1 > H - h_1$ . Предположим, что при работе двух питателей

$x_2 = 0,6$ , т.е.  $v_9 = 0,6v_8$ . Тогда  $S_{np(8)}^{(2)} = 1,6S_n$ ,  $Q = v_8 S_{np(8)}^{(2)} = 1,6v_8 S_n = v_3 S_{\kappa}$ ,  $v_4 S_{\kappa} = v_8 S_n$ ,

$\frac{v_4 S_{\kappa}}{v_3 S_{\kappa}} = \frac{v_8 S_n}{1,6v_8 S_n}$ ,  $v_4/v_3 = 1/1,6 = 0,625$  – это и есть отношение  $v_{\partial}/v$  в зависимости (11).

Находим, что  $\zeta_{3-4(4)}^{\partial} = 4,06$ . Аналогично:  $v_5 S_{\kappa} = v_9 S_n = 0,6v_8 S_n$ ,  $\frac{v_5 S_{\kappa}}{v_3 S_{\kappa}} = \frac{0,6v_8 S_n}{1,6v_8 S_n}$ ,

$v_5/v_3 = 0,6/1,6 = 0,375$  – это отношение  $v_{\partial}/v$  в уравнении (11). Определяем:

$$\zeta_{3-5(5)}^{\partial} = 8,611111.$$

Используя (12), (13) и (14), имеем:

$$v_3 = \frac{v_8 S_{np(8)}^{(2)}}{S_{\kappa}} = v_8 \frac{(1 + x_2) S_n}{S_{\kappa}} = \frac{v_9 (1 + x_2) S_n}{x_2 S_{\kappa}} = v_9 \frac{S_{np(9)}^{(2)}}{S_{\kappa}}, \text{ где } S_{np(9)}^{(2)} = \frac{1 + x_2}{x_2} S_n \text{ – приведенная – к}$$

скорости  $v_9$  – площадь питателей.  $S_{np(9)}^{(2)} = 2,666667 S_n$ . Очевидно, что  $v_4 = v_8 S_n / S_{\kappa}$ ,

$v_5 = v_9 S_n / S_{\kappa}$ . Теперь (9) и (10) можно записать так:

$$H + h_1 = \alpha \frac{v_8^2}{2g} \left[ \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_{np(8)}^{(2)}}{S_{\kappa}} \right)^2 + \left( \zeta_{3-4(4)}^{\partial} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right] \quad (15)$$

$$H - h_1 = \alpha \frac{v_9^2}{2g} \left[ \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_{np(9)}^{(2)}}{S_{\kappa}} \right)^2 + \left( \zeta_{3-5(5)}^{\partial} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right]. \quad (16)$$

Введем следующие обозначения:

$$\zeta_{1-8(8)}^{(2)} = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_{np(8)}^{(2)}}{S_{\kappa}} \right)^2 + \left( \zeta_{3-4(4)}^{\partial} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}, \quad (17)$$

$$\zeta_{1-9(9)}^{(2)} = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_{np(9)}^{(2)}}{S_{\kappa}} \right)^2 + \left( \zeta_{3-5(5)}^{\circ} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}, \quad (18)$$

$$\mu_{1-8(8)}^{(2)} = \left( 1 + \zeta_{1-8(8)}^{(2)} \right)^{-1/2}, \quad \mu_{1-9(9)}^{(2)} = \left( 1 + \zeta_{1-9(9)}^{(2)} \right)^{-1/2}. \quad (19), (20)$$

Все значения входящих в эти формулы величин известны. Определяем:

$$\zeta_{1-8(8)}^{(2)} = 1,116776, \quad \mu_{1-8(8)}^{(2)} = 0,687326, \quad \zeta_{1-9(9)}^{(2)} = 1,905950, \quad \mu_{1-9(9)}^{(2)} = 0,586619. \quad \text{По (8)}$$

находим, что  $v_8 = 2,204975$  м/с (для случая  $H + h_1$ ), а  $v_9 = 1,421042$  м/с (для  $H - h_1$ ).

Отношение скоростей  $x_2 = v_9 / v_8 = 0,644471$ . А мы задавались  $x_2 = 0,6$ . Делаем следующее приближение –  $x_2 = 0,644471$ , повторяем расчет и получаем:  $x_2 = 0,660198$ .

Путем подобных приближений при заданном  $x_2 = 0,668008$  находим:  $x_2 = 0,6680081$ .

На этом расчет величины  $x_2$  можно закончить, так как получившееся значение отличается от заданного всего на 0,0000001. Принимаем  $v_9 = 0,668008 v_8$ . Приведенные

площади питателей:  $S_{np(8)}^{(2)} = 1,668008 S_n$ ,  $S_{np(9)}^{(2)} = 2,496988 S_n$ .  $\zeta_{1-8(8)}^{(2)} = 1,155315$ ,

$$\mu_{1-8(8)}^{(2)} = 0,681153, \quad \zeta_{1-9(9)}^{(2)} = 1,754022, \quad \mu_{1-9(9)}^{(2)} = 0,602582, \quad v_8^{(2)} = 2,185172 \text{ м/с},$$

$v_9^{(2)} = 1,459713$  м/с,  $Q_8^{(2)} = 139,942965 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с,  $Q_9^{(2)} = 93,483037 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с. Расход в системе  $Q^{(2)} = Q_8^{(2)} + Q_9^{(2)} = 233,426002 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с.

Расчеты работы питателей I и III, I и IV производим аналогично. Коэффициент  $\zeta_{1-8(8)}^{(2)}$

определяем по соотношению (17). Для расчета  $\zeta_{1-10(10)}^{(2)}$  заменяем в (18)  $\lambda h_1 / d_{\kappa}$  на

$\lambda(h_1 + h_2) / d_{\kappa}$ .  $\zeta_{1-11(11)}^{(2)}$  находим, заменяя в (18)  $\lambda h_1 / d_{\kappa}$  на  $\lambda(h_1 + 2h_2) / d_{\kappa}$ . Результаты

расчетов и экспериментов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики литниковой системы при работе двух питателей

Работающие питатели	I, II	I, III	I, IV	II, III	II, IV	III, IV
$\zeta_{1-8(8)}$	1,155	1,047	0,916			
$\mu_{1-8(8)}$	0,681	0,699	0,722			
$v_8$	2,185	2,243	2,317			
$v_{8(\circ)}$	2,271	2,317	2,428			
$Q_8 \cdot 10^6$						
$Q_{8(\circ)} \cdot 10^6$	139,94	143,61	148,41			
$Q^*$ , %	145,41	148,40	155,52			
	-3,8	-3,2	-4,6			
$\zeta_{1-9(9)}$	1,754			1,161	0,801	
$\mu_{1-9(9)}$	0,603			0,680	0,745	
$v_9$	1,460			1,648	1,805	
$v_{9(\circ)}$	1,496			1,592	1,752	
$Q_9 \cdot 10^6$						

$Q_{9(9)} \cdot 10^6$	93,48			105,53	115,61	
$Q^*$ , %	95,78			101,94	112,18	
	-2,4			+3,5	+3,1	
$\zeta_{1-10(10)}$		2,402		1,653		0,999
$\mu_{1-10(10)}$		0,542		0,614		0,707
$v_{10}$		1,049		1,188		1,369
$v_{10(9)}$		1,048		1,151		1,317
$Q_{10} \cdot 10^6$						
$Q_{10(9)} \cdot 10^6$		67,20		76,09		87,67
$Q^*$ , %		67,09		73,72		84,35
		+0,2		+3,2		+3,9
$\zeta_{1-11(11)}$			7,836		4,383	2,609
$\mu_{1-11(11)}$			0,336		0,431	0,526
$v_{11}$			0,429		0,549	0,671
$v_{11(9)}$			0,460		0,464	0,593
$Q_{11} \cdot 10^6$						
$Q_{10(9)} \cdot 10^6$			27,45		35,17	42,95
$Q^*$ , %			29,43		29,73	37,95
			-6,7		+18,3	+13,2
$Q \cdot 10^6$	233,43	210,82	175,86	181,62	150,78	130,62
$Q_3 \cdot 10^6$	241,19	215,48	184,95	175,66	141,91	122,30
$Q^*$ , %	-3,2	-2,2	-4,9	+3,4	+6,3	+6,8

Уравнения Бернулли для питателей II и III с выходными сечениями 9–9 и 10–10 запишутся в следующем виде:

$$H - h_1 = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-5} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g}, \quad (21)$$

$$H - h_1 - h_2 = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-5} + \lambda \frac{h_1}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left( \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g}, \quad (22)$$

где  $\zeta_9$  – коэффициент сопротивления (не местного) на ответвление потока в питатель II с выходным сечением 9–9;  $\zeta_6$  – коэффициент сопротивления (не местного) на проход жидкости из сечения 5–5 в сечение 6–6 при ответвлении части потока в питатель II с выходным сечением 9–9. Коэффициенты сопротивлений, обусловленных отделением потока из коллектора в питатель, будем подсчитывать по формулам для

тройников (9). Коэффициент сопротивления на проход в коллекторе при ответвлении части потока в питатель

$$\zeta_{np} = 0,4 \left(1 - v_{np}/v_k\right)^2 / \left(v_{np}/v_k\right)^2, \quad (23)$$

а коэффициент сопротивления на ответвление части потока в питатель

$$\zeta_{омв} = \left[1 + \tau \left(v_n/v_k\right)^2\right] / \left(v_n/v_k\right)^2, \quad (24)$$

где  $v_k$  и  $v_{np}$  – скорости металла в коллекторе до и после ответвления части потока в питатель, м/с;  $v_n$  – скорость жидкости в питателе, м/с;  $\tau$  – коэффициент. Для нашего случая при  $S_n/S_k = 0,317$   $\tau = 0,15$  (7). Коэффициент  $\zeta_{np}$  получается приведенным к скорости проходящего потока  $v_{np}$ , а  $\zeta_{омв}$  – к скорости в питателе  $v_n$ . Как видно, коэффициенты  $\zeta_{np}$  и  $\zeta_{омв}$  зависят от неизвестных отношений скоростей  $v_{np}/v_k$  и  $v_n/v_k$ .

Введем следующее обозначение:  $x_3 = v_{10}/v_9$ . Расход в системе

$$Q = v_3 S_k = v_5 S_k = v_9 S_n + v_{10} S_n = (v_9 + v_{10}) S_n = (v_9 + x_3 \cdot v_9) S_n = v_9 (1 + x_3) S_n = v_9 S_{np(9)}^{(2)},$$

где  $S_{np(9)}^{(2)} = (1 + x_3) S_n$  – приведенная – к скорости  $v_9$  – площадь питателей.

$$Q = v_5 S_k = (v_9 + v_{10}) S_n = \left(\frac{v_{10}}{x_3} + v_{10}\right) S_n = v_{10} \left(\frac{1}{x_3} + 1\right) S_n = v_{10} S_{np(10)}^{(2)}, \quad \text{где}$$

$$S_{np(10)}^{(2)} = \left(\frac{1}{x_3} + 1\right) S_n \text{ – приведенная – к скорости } v_{10} \text{ – площадь питателей.}$$

$$\text{Тогда } v_3 = v_5 = v_9 \frac{S_{np(9)}^{(2)}}{S_k} = v_{10} \frac{S_{np(10)}^{(2)}}{S_k}. \text{ Очевидно, что } v_6 = v_{10} S_n / S_k.$$

Следует задаться величиной  $x_3$ . Для начала возьмем  $x_3 = 0,6$ . В этом случае  $S_{np(9)}^{(2)} = 1,6 S_n$ , а  $S_{np(10)}^{(2)} = 2,666667 S_n$ .

Нужно еще найти отношения  $v_9/v_5$  и  $v_6/v_5$ .

$$\frac{v_9 S_n}{v_5 S_k} = \frac{v_9 S_n}{v_9 (1 + x_3) S_n}, \quad \frac{v_9}{v_5} = \frac{1}{1 + x_3} \frac{S_k}{S_n} \text{ – это и есть отношение } v_n/v_k \text{ в зависимости}$$

(24). Находим, что  $v_9/v_5 = 1,969571$ , а  $\zeta_9 = 0,407785$ .

$$\frac{v_6 S_k}{v_5 S_k} = \frac{v_{10} S_n}{v_{10} (1/x_3 + 1) S_n} = \frac{1}{1/x_3 + 1}, \quad \frac{v_6}{v_5} = \frac{1}{1/x_3 + 1} \text{ – это отношение } v_{np}/v_k \text{ в}$$

зависимости (23). Определяем:  $v_6/v_5 = 0,375$ ,  $\zeta_6 = 1,111111$ .

Теперь выражения (21) и (22) можно записать так ( $v_3 = v_5$ ):

$$H - h_1 = \alpha \frac{v_9^2}{2g} \left[ \left( \zeta_k + \lambda \frac{l_k + h_1}{d_k} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_{np(9)}^{(2)}}{S_k} \right)^2 + \zeta_9 + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right],$$

$$H - h_1 - h_2 = \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left[ \left( \zeta_k + \lambda \frac{l_k + h_1}{d_k} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_{np(10)}^{(2)}}{S_k} \right)^2 + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_k} \right) \left( \frac{S_n}{S_k} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right].$$

Введем

следующие

обозначения:

$$\zeta_{1-9(9)}^{(2)} = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa} + h_1}{d_{\kappa}} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_{np(9)}^{(2)}}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_9 + \lambda \frac{l_n}{d_n},$$

$$\zeta_{1-10(10)}^{(2)} = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa} + h_1}{d_{\kappa}} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_{np(10)}^{(2)}}{S_{\kappa}} \right)^2 + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_{\kappa}} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n},$$

$$\mu_{1-9(9)}^{(2)} = \left( 1 + \zeta_{1-9(9)}^{(2)} \right)^{-1/2}, \quad \mu_{1-10(10)}^{(2)} = \left( 1 + \zeta_{1-10(10)}^{(2)} \right)^{-1/2}.$$

Определяем:  $\zeta_{1-9(9)}^{(2)} = 1,046324$ ,  $\mu_{1-9(9)}^{(2)} = 0,699057$ ,  $\zeta_{1-10(10)}^{(2)} = 1,949675$ ,  $\mu_{1-10(10)}^{(2)} = 0,582255$ . По (8) находим, что  $v_9 = 1,693417$  м/с (для случая  $H - h_1$ ),  $v_{10} = 1,126875$  м/с (для  $H - h_1 - h_2$ ). Отношение скоростей  $x_3 = v_{10}/v_9 = 0,665446$ . А мы задавались  $x_3 = 0,6$ . Делаем следующее приближение –  $x_3 = 0,665446$ , повторяем расчет и получаем:  $x_3 = 0,696633$ . Путем подобных приближений при заданном  $x_3 = 0,721043$  находим:  $x_3 = 0,7210429$ . На этом расчет величины  $x_3$  можно закончить, так как получившееся значение отличается от заданного всего на 0,0000001. Принимаем  $v_{10} = 0,721043 v_9$ . Приведенные площади питателей:  $S_{np(9)}^{(2)} = 1,721043 S_n$ ,  $S_{np(10)}^{(2)} = 2,386880 S_n$ . Остальные результаты – в табл. 2. Расчет работы питателей II и IV, III и IV производим подобным же образом, см. табл. 2.

Уравнения Бернулли для питателей II, III и IV с выходными сечениями 9–9, 10–10 и 11–11 запишутся в следующем виде:

$$H - h_1 = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa} + h_1}{d_{\kappa}} + \zeta_{3-5} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g}, \quad (25)$$

$$H - h_1 - h_2 = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa} + h_1}{d_{\kappa}} + \zeta_{3-5} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left( \zeta_{10} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g}, \quad (26)$$

$$H - h_1 - 2h_2 = \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{\kappa} + h_1}{d_{\kappa}} + \zeta_{3-5} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left( \zeta_7 + \lambda \frac{h_2}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{11}^2}{2g}. \quad (27)$$

Введем следующие обозначения:  $x_3 = v_{10}/v_9$ ,  $x_4 = v_{11}/v_9$ . Расход в системе

$Q = v_5 S_{\kappa} = v_9 S_n + v_{10} S_n + v_{11} S_n = (v_9 + v_{10} + v_{11}) S_n = (v_9 + x_3 \cdot v_9 + x_4 \cdot v_9) S_n = v_9 (1 + x_3 + x_4) S_n = v_9 S_{np(9)}^{(3)}$ , где  $S_{np(9)}^{(3)} = (1 + x_3 + x_4) S_n$  – приведенная – к скорости  $v_9$  – площадь питателей.

$$Q = v_9 (1 + x_3 + x_4) S_n = \frac{v_{10}}{x_3} (1 + x_3 + x_4) S_n = v_{10} S_{np(10)}^{(3)}, \quad \text{где} \quad S_{np(10)}^{(3)} = \frac{1 + x_3 + x_4}{x_3} S_n \quad -$$

приведенная к скорости  $v_{10}$  площадь питателей.

$$Q = v_9 (1 + x_3 + x_4) S_n = \frac{v_{11}}{x_4} (1 + x_3 + x_4) S_n = v_{11} S_{np(11)}^{(3)}, \quad \text{где} \quad S_{np(11)}^{(3)} = \frac{1 + x_3 + x_4}{x_4} S_n \quad -$$

приведенная к скорости  $v_{11}$  площадь питателей.

$$\text{Тогда } v_2 = v_3 = v_5 = v_9 \frac{S_{np(9)}^{(3)}}{S_\kappa} = v_{10} \frac{S_{np(10)}^{(3)}}{S_\kappa} = v_{11} \frac{S_{np(11)}^{(3)}}{S_\kappa}.$$

Следует задаться величинами  $x_3$  и  $x_4$ . Для начала возьмем  $x_3 = 0,6$ , а  $x_4 = 0,3$ . В этом случае  $S_{np(9)}^{(3)} = 1,9S_n$ ,  $S_{np(10)}^{(3)} = 3,166667S_n$ ,  $S_{np(11)}^{(3)} = 6,333333S_n$ .

Расход жидкости в сечении б–б

$$v_6 S_\kappa = v_{10} S_n + v_{11} S_n = (v_{10} + v_{11}) S_n = (v_{10} + x_4 \cdot v_9) S_n = (v_{10} + x_4 \cdot v_{10} / x_3) S_n = v_{10} (1 + x_4 / x_3) S_n,$$

$$v_6 S_\kappa = (v_{10} + v_{11}) S_n = (x_3 \cdot v_9 + v_{11}) S_n = (x_3 \cdot v_{11} / x_4 + v_{11}) S_n = v_{11} (x_3 / x_4 + 1) S_n. \text{ А скорость}$$

$$v_6 = v_{10} (1 + x_4 / x_3) S_n / S_\kappa = v_{11} (1 + x_3 / x_4) S_n / S_\kappa.$$

Нужно еще найти отношения  $v_9 / v_5$ ,  $v_6 / v_5$ ,  $v_{10} / v_6$  и  $v_7 / v_6$ .

$$\frac{v_9 S_n}{v_5 S_\kappa} = \frac{v_9 S_n}{v_9 (1 + x_3 + x_4) S_n}, \quad \frac{v_9}{v_5} = \frac{1}{1 + x_3 + x_4} \frac{S_\kappa}{S_n} - \text{это и есть отношение } v_n / v_\kappa \text{ в зависимости}$$

(24). Находим, что  $v_9 / v_5 = 1,658586$ , а  $\zeta_9 = 0,513516$ .

$$\frac{v_6 S_\kappa}{v_5 S_\kappa} = \frac{v_{10} (1 + x_4 / x_3) S_n}{v_{10} (1 + x_3 + x_4) S_n / x_3}, \quad \frac{v_6}{v_5} = \frac{1 + x_4 / x_3}{(1 + x_3 + x_4) / x_3} - \text{это отношение } v_{np} / v_\kappa \text{ в зависимости}$$

(23). Определяем:  $v_6 / v_5 = 0,473684$ ,  $\zeta_6 = 0,493027$ .

$$\frac{v_{10} S_n}{v_6 S_\kappa} = \frac{v_{10} S_n}{v_{10} (1 + x_4 / x_3) S_n}, \quad \frac{v_{10}}{v_6} = \frac{1}{1 + x_4 / x_3} \frac{S_\kappa}{S_n}, \quad v_{10} / v_6 = 2,100875, \quad \zeta_{10} = 0,376568.$$

$$\frac{v_7 S_\kappa}{v_6 S_\kappa} = \frac{v_{11} S_n}{v_{11} (1 + x_3 / x_4) S_n}, \quad \frac{v_7}{v_6} = \frac{1}{1 + x_3 / x_4}, \quad v_7 / v_6 = 0,333333, \quad \zeta_7 = 1,6.$$

Подставляем найденные значения отношений величин в формулы (25)–(27) и после преобразований имеем следующие выражения для определения коэффициентов сопротивлений:

$$\zeta_{1-9(9)}^{(3)} = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa + h_1}{d_\kappa} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_{np(9)}^{(3)}}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_9 + \lambda \frac{l_n}{d_n},$$

$$\zeta_{1-10(10)}^{(3)} = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa + h_1}{d_\kappa} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_{np(10)}^{(3)}}{S_\kappa} \right)^2 + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_\kappa} \right) \left( \frac{x_3 + x_4}{x_3} \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_n}{d_n},$$

$$\zeta_{1-11(11)}^{(3)} = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa + h_1}{d_\kappa} + \zeta_{3-5} \right) \left( \frac{S_{np(11)}^{(3)}}{S_\kappa} \right)^2 + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_\kappa} \right) \left( \frac{x_3 + x_4}{x_4} \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 +$$

$$\left( \zeta_7 + \lambda \frac{h_2}{d_\kappa} \right) \left( \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

Все значения входящих в эти формулы величин известны. Определяем:

$$\zeta_{1-9(9)}^{(3)} = 1,346506, \quad \mu_{1-9(9)}^{(3)} = 0,652813, \quad \zeta_{1-10(10)}^{(3)} = 2,560415, \quad \mu_{1-10(10)}^{(3)} = 0,529968,$$

$$\zeta_{1-11(11)}^{(3)} = 8,759571, \quad \mu_{1-11(11)}^{(3)} = 0,320099. \text{ По (8) для соответствующих действующих}$$

напоров находим, что  $v_9 = 1,581395$  м/с;  $v_{10} = 1,025681$  м/с,  $v_{11} = 0,407811$  м/с.

Отношения скоростей:  $x_3 = v_{10} / v_9 = 0,648593$ ,  $x_4 = v_{11} / v_9 = 0,257880$ . А мы задавались

$x_3 = 0,6$  и  $x_4 = 0,3$ . Повторяем расчет при  $x_3 = 0,648593$  и  $x_4 = 0,257880$  и получаем:

$x_3 = 0,679801$ ,  $x_4 = 0,225694$ . Для заданных  $x_3 = 0,679801$  и  $x_4 = 0,225694$  имеем по

расчету:  $x_3 = 0,698790$  и  $x_4 = 0,200176$ . Для этих последних  $x_3$  и  $x_4$  расчетные

значения:  $x_3 = 0,710173$  и  $x_4 = 0,179495$ . При дальнейших расчетах так и не получаем

сближения заданного и рассчитанного значений отношения  $v_{11}/v_9$ . Наоборот,  $v_{11}/v_9 \rightarrow 0$ . Удивительно не это, а то, что в эксперименте из питателя IV вода действительно не течет, т. е.  $v_{11} = 0$ . Хотя уровень жидкости в чаше-стояке выше оси питателя IV на 91 мм. То есть напор  $H$  расходуется на потери на трение, в местных сопротивлениях, на деление напора, и его уже не хватает для подъема жидкости до питателя IV (при работе питателей II–IV).

В случае работы трех питателей уравнения Бернулли для питателей I, II и III с выходными сечениями 8–8, 9–9 и 10–10 запишутся в следующем виде:

$$H + h_1 = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-4(4)}^\partial + \lambda \frac{h_1}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_4^2}{2g} + \left( \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_8^2}{2g}, \quad (28)$$

$$H - h_1 = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-5(5)}^\partial + \lambda \frac{h_1}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g}, \quad (29)$$

$$H - h_1 - h_2 = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{3-5(5)}^\partial + \lambda \frac{h_1}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left( \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g}. \quad (30)$$

Введем следующие обозначения:  $x_2 = v_9/v_8$ ,  $x_3 = v_{10}/v_8$ . Расход в системе

$$Q = v_3 S_\kappa = v_4 S_\kappa + v_5 S_\kappa = (v_8 + v_9 + v_{10}) S_n = (v_8 + x_2 v_8 + x_3 v_8) S_n = v_8 (1 + x_2 + x_3) S_n = v_8 S_{np(8)}^{(3)},$$

где  $S_{np(8)}^{(3)} = (1 + x_2 + x_3) S_n$  – приведенная – к скорости  $v_8$  – площадь питателей.

$$Q = v_8 (1 + x_2 + x_3) S_n = \frac{v_9}{x_2} (1 + x_2 + x_3) S_n = v_9 \frac{1 + x_2 + x_3}{x_2} S_n = v_9 S_{np(9)}^{(3)},$$

где  $S_{np(9)}^{(3)} = \frac{1 + x_2 + x_3}{x_2} S_n$  – приведенная – к скорости  $v_9$  – площадь питателей.

$$Q = v_8 (1 + x_2 + x_3) S_n = \frac{v_{10}}{x_3} (1 + x_2 + x_3) S_n = v_{10} \frac{1 + x_2 + x_3}{x_3} S_n = v_{10} S_{np(10)}^{(3)},$$

где  $S_{np(10)}^{(3)} = \frac{1 + x_2 + x_3}{x_3} S_n$  – приведенная – к скорости  $v_{10}$  – площадь питателей.

Тогда  $v_2 = v_3 = v_8 \frac{S_{np(8)}^{(3)}}{S_\kappa} = v_9 \frac{S_{np(9)}^{(3)}}{S_\kappa} = v_{10} \frac{S_{np(10)}^{(3)}}{S_\kappa}$ . Очевидно, что  $v_4 = v_8 S_n / S_\kappa$ , а  $v_6 = v_{10} S_n / S_\kappa$ .

Расход жидкости в сечении 5–5

$$v_5 S_\kappa = (v_9 + v_{10}) S_n = (v_9 + x_3 v_8) S_n = (v_9 + x_3 v_9 / x_2) S_n = v_9 (1 + x_3 / x_2) S_n = v_9 \frac{x_2 + x_3}{x_2} S_n,$$

$$v_5 S_\kappa = (v_9 + v_{10}) S_n = (x_2 v_8 + v_{10}) S_n = (x_2 v_{10} / x_3 + v_{10}) S_n = v_{10} (x_2 / x_3 + 1) S_n = v_{10} \frac{x_2 + x_3}{x_3} S_n.$$

Скорость металла в сечении 5–5  $v_5 = v_9 \frac{x_2 + x_3}{x_2} \frac{S_n}{S_\kappa} = v_{10} \frac{x_2 + x_3}{x_3} \frac{S_n}{S_\kappa}$ .

Задаемся величинами  $x_2$  и  $x_3$ . Для начала возьмем  $x_2 = 0,6$ , а  $x_3 = 0,3$ . В этом случае

$$S_{np(8)}^{(3)} = 1,9 S_n, \quad S_{np(9)}^{(3)} = 3,166667 S_n, \quad S_{np(10)}^{(3)} = 6,333333 S_n.$$

Тогда будем иметь следующее:  $\frac{v_4 S_\kappa}{v_3 S_\kappa} = \frac{v_8 S_n}{1,9 v_8 S_n}$ ,  $v_4 / v_3 = 1/1,9 = 0,526316$ ,

$\frac{v_5 S_\kappa}{v_3 S_\kappa} = \frac{0,9 v_8 S_n}{1,9 v_8 S_n}$ ,  $v_5 / v_3 = 0,9 / 1,9 = 0,473684$ . По соотношению (11) находим:  $\zeta_{3-4(4)}^\circ = 5,11$ ,  
 $\zeta_{3-5(5)}^\circ = 5,956790$ .

Нужно найти отношения  $v_9 / v_5$  и  $v_6 / v_5$ .  $\frac{v_9 S_n}{v_5 S_\kappa} = \frac{v_9 S_n}{v_9 S_n (x_2 + x_3) / x_2}$ ,  $\frac{v_9}{v_5} = \frac{x_2}{x_2 + x_3} \frac{S_\kappa}{S_n}$  – это

отношение  $v_n / v_\kappa$  в зависимости (24). Находим, что  $v_9 / v_5 = 2,100875$ , а  $\zeta_9 = 0,376568$ .

$\frac{v_6 S_\kappa}{v_5 S_\kappa} = \frac{v_{10} S_n}{v_{10} S_n (x_2 + x_3) / x_3}$ ,  $\frac{v_6}{v_5} = \frac{x_3}{x_2 + x_3}$  – это отношение  $v_n / v_\kappa$  в уравнении (23).

Определяем:  $v_6 / v_5 = 0,333333$ , а  $\zeta_6 = 1,6$ .

Подставляем найденные значения отношений величин в формулы (28)–(30) и после преобразований имеем следующие выражения для определения коэффициентов сопротивлений:

$$\zeta_{1-8(8)}^{(3)} = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa}{d_\kappa} \right) \left( \frac{S_{np(8)}^{(3)}}{S_\kappa} \right)^2 + \left( \zeta_{3-4(4)}^\circ + \lambda \frac{h_1}{d_\kappa} \right) \left( \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n},$$

$$\zeta_{1-9(9)}^{(3)} = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa}{d_\kappa} \right) \left( \frac{S_{np(9)}^{(3)}}{S_\kappa} \right)^2 + \left( \zeta_{3-5(5)}^\circ + \lambda \frac{h_1}{d_\kappa} \right) \left( \frac{x_2 + x_3}{x_2} \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_9 + \lambda \frac{l_n}{d_n},$$

$$\zeta_{1-10(10)}^{(3)} = \left( \zeta_\kappa + \lambda \frac{l_\kappa}{d_\kappa} \right) \left( \frac{S_{np(10)}^{(3)}}{S_\kappa} \right)^2 + \left( \zeta_{3-5(5)}^\circ + \lambda \frac{h_1}{d_\kappa} \right) \left( \frac{x_2 + x_3}{x_3} \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 +$$

$$\left( \zeta_6 + \lambda \frac{h_2}{d_\kappa} \right) \left( \frac{S_n}{S_\kappa} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

Находим:  $\zeta_{1-8(8)}^{(3)} = 1,298849$ ,  $\mu_{1-8(8)}^{(3)} = 0,659546$ ,  $\zeta_{1-9(9)}^{(3)} = 2,672293$ ,  $\mu_{1-9(9)}^{(3)} = 0,521833$ ,  
 $\zeta_{1-10(10)}^{(3)} = 9,207086$ ,  $\mu_{1-10(10)}^{(3)} = 0,313003$ . По (8) для соответствующих действующих напоров находим, что  $v_8 = 2,115855$  м/с,  $v_9 = 1,264103$  м/с,  $v_{10} = 0,605776$  м/с.

Отношения скоростей:  $x_2 = v_9 / v_8 = 0,597443$ ,  $x_3 = v_{10} / v_8 = 0,286303$ . А мы задавались  $x_2 = 0,6$  и  $x_3 = 0,3$ . Делаем следующие приближения –  $x_2 = 0,597443$ ,  $x_3 = 0,286303$ , повторяем расчет и получаем:  $x_2 = 0,598670$ ,  $x_3 = 0,276858$ . Путем подобных приближений при заданных  $x_2 = 0,614822$ ,  $x_3 = 0,239385$  находим:  $x_2 = 0,6148222$ ,  $x_3 = 0,2393854$ . На этом расчет отношений  $x_2$  и  $x_3$  можно закончить, так как получившиеся значения отличается от заданных не более чем на 0,0000004.

Принимаем  $v_9 = 0,614822 v_8$ ,  $v_{10} = 0,239385 v_8$ . Приведенные площади питателей:

$$S_{np(8)}^{(3)} = 1,854207 S_n, S_{np(9)}^{(3)} = 3,015844 S_n, S_{np(11)}^{(3)} = 7,745711 S_n, \zeta_{1-8(8)}^{(3)} = 1,269038,$$

$$\mu_{1-8(8)}^{(3)} = 0,663864, \zeta_{1-9(9)}^{(3)} = 2,422652, \mu_{1-9(9)}^{(3)} = 0,540529, \zeta_{1-10(10)}^{(3)} = 13,410856,$$

$$\mu_{1-10(10)}^{(3)} = 0,263424, v_8^{(3)} = 2,129709 \text{ м/с (для случая } H + h_1), v_9^{(3)} = 1,309392 \text{ м/с (для}$$

$$H - h_1), v_{10}^{(3)} = 0,509821 \text{ м/с (для } H - h_1 - h_2), Q_8^{(3)} = 136,390950 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с},$$

$$Q_9^{(3)} = 83,856189 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}, Q_{10}^{(3)} = 32,650008 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}. \text{ Расход в системе}$$

$$Q^{(3)} = Q_8^{(3)} + Q_9^{(3)} + Q_{10}^{(3)} = 252,897147 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Для случая работы всех четырех питателей УБ у нас уже записаны – это выражения (28), (29), (26) и (27).  $x_2 = v_9 / v_8$ ,  $x_3 = v_{10} / v_8$ ,  $x_4 = v_{11} / v_8$ . Приведенные площади

питателей:  $S_{np(8)}^{(4)} = (1 + x_2 + x_3 + x_4)S_n$ ,  $S_{np(9)}^{(4)} = (1 + x_2 + x_3 + x_4)/x_2 S_n$ ,  
 $S_{np(10)}^{(4)} = (1 + x_2 + x_3 + x_4)/x_3 S_n$ ,  $S_{np(11)}^{(4)} = (1 + x_2 + x_3 + x_4)/x_4 S_n$ . Скорость  
 $v_3 = v_8 \frac{S_{np(8)}^{(4)}}{S_k} = v_9 \frac{S_{np(9)}^{(4)}}{S_k} = v_{10} \frac{S_{np(10)}^{(4)}}{S_k} = v_{11} \frac{S_{np(11)}^{(4)}}{S_k}$ . Скорость  
 $v_5 = v_9 \frac{x_2 + x_3 + x_4}{x_2} \frac{S_n}{S_k} = v_{10} \frac{x_2 + x_3 + x_4}{x_3} \frac{S_n}{S_k} = v_{11} \frac{x_2 + x_3 + x_4}{x_4} \frac{S_n}{S_k}$ . Скорость  
 $v_6 = v_{10}(1 + x_4/x_3)S_n/S_k = v_{11}(1 + x_3/x_4)S_n/S_k$ .

Задаемся для начала расчета  $x_2 = v_9/v_8 = 0,5$ ,  $x_3 = v_{10}/v_8 = 0,3$ ,  $x_4 = v_{11}/v_8 = 0,1$ .

Определяем:  $\zeta_{1-8(8)}^{(4)} = 1,298849$ ,  $\mu_{1-8(8)}^{(4)} = 0,659546$ ,  $\zeta_{1-9(9)}^{(4)} = 1,709744$ ,  $\mu_{1-9(9)}^{(4)} = 0,460788$ ,  
 $\zeta_{1-10(10)}^{(4)} = 9,170316$ ,  $\mu_{1-10(10)}^{(4)} = 0,313569$ ,  $\zeta_{1-11(11)}^{(4)} = 78,975009$ ,  $\mu_{1-11(11)}^{(4)} = 0,111821$ . По (8)

для соответствующих действующих напоров находим, что  $v_8 = 2,115855$  м/с,

$v_9 = 1,116227$  м/с,  $v_{10} = 0,606870$  м/с,  $v_{11} = 0,142461$  м/с. Отношения скоростей:

$x_2 = 0,527554$ ,  $x_3 = 0,286820$ ,  $x_4 = 0,067330$ . А мы задавались  $x_2 = 0,5$ ,  $x_3 = 0,3$  и

$x_4 = 0,1$ . Повторяем расчет при  $x_2 = 0,527554$ ,  $x_3 = 0,286820$ ,  $x_4 = 0,067330$  и получаем:

$x_2 = 0,551380$ ,  $x_3 = 0,278250$ ,  $x_4 = 0,045967$ . Для этих значений  $x_2$ ,  $x_3$  и  $x_4$  имеем по

расчету:  $x_2 = 0,569410$ ,  $x_3 = 0,271812$ ,  $x_4 = 0,031542$ . Для последних  $x_2$ ,  $x_3$  и  $x_4$

расчетные значения:  $x_2 = 0,582247$ ,  $x_3 = 0,266667$ ,  $x_4 = 0,021692$ . При дальнейших

расчетах так и не получаем сближения заданного и рассчитанного значений отношения

$v_{11}/v_8$ . Наоборот,  $v_{11}/v_8 \rightarrow 0$ . В эксперименте из питателя IV вода тоже не течет, т. е.

$v_{11} = 0$ . Хотя уровень жидкости в чаше-стояке выше оси питателя IV на 91 мм. То есть

напор  $H$  расходуется на потери на трение, в местных сопротивлениях, на деление

напора, и его уже не хватает для подъема жидкости до питателя IV (при работе

питателей I–IV). Это при напоре  $H = 0,453$  м. Если напор увеличить, то из питателя IV

жидкость течет (эксперименты проводились при  $H = 0,753$  м).

Таблица 3

Характеристики литниковой системы при работе  
трех или четырех питателей

Работающие питатели	II–IV	I–III	I–IV
$\zeta_{1-8(8)}$		1,269	1,271
$\mu_{1-8(8)}$		0,664	0,664
$v_8$		2,130	2,129
$v_{8(9)}$		2,206	2,198
$Q_8 \cdot 10^6$		136,39	136,34
$Q_{8(9)} \cdot 10^6$		141,31	140,75
$Q^*$ , %		– 3,5	– 3,1
$\zeta_{1-9(9)}$	1,182	2,423	2,440
$\mu_{1-9(9)}$	0,677	0,541	0,539

$v_9$	1,640	1,309	1,306
$v_{9(\text{э})}$	1,592	1,319	1,315
$Q_9 \cdot 10^6$	105,04	83,86	83,65
$Q_{9(\text{э})} \cdot 10^6$	101,95	84,47	84,19
$Q^*, \%$	+ 3,0	- 0,7	- 0,6
$\zeta_{1-10(10)}$	1,532	13,411	12,940
$\mu_{1-10(10)}$	0,628	0,263	0,268
$v_{10}$	1,216	0,510	0,518
$v_{10(\text{э})}$	1,153	0,637	0,634
$Q_{10} \cdot 10^6$	77,89	32,65	33,20
$Q_{10(\text{э})} \cdot 10^6$	73,84	40,82	40,60
$Q^*, \%$	+ 5,5	- 20,0	- 18,2
$\zeta_{1-11(11)}$	$\infty$		$\infty$
$\mu_{1-11(11)}$	0		0
$v_{11}$	0		0
$v_{11(\text{э})}$	0		0
$Q_{11} \cdot 10^6$	0		0
$Q_{11(\text{э})} \cdot 10^6$	0		0
$Q \cdot 10^6$	182,93	252,90	253,18
$Q_9 \cdot 10^6$	175,79	266,60	265,54
$Q^*, \%$	+ 4,1	- 5,1	- 4,7

Так что же мы имеем? Сначала о суммарном расходе воды при разном количестве работающих питателей (см. табл. 2). Опытные данные выше расчетных для работающих питателей I и II, I и III, I и IV на 2,2–4,9 % и ниже расчетных для более высоко расположенных питателей II и III, II и IV, III и IV, II–IV на 3,4–6,8 %. Как и при работе только одного питателя, когда чем выше расположен питатель, тем больше отличие расчетного расхода от опытного.

В случае работы трех питателей (табл. 3) суммарный расчетный расход из питателей II–IV больше опытного на 4,1 %, а для питателей I–III и I–IV расчетный расход меньше опытного на 5,1 и 4,7 %. Чем это объясняется, непонятно. Хотя изменения небольшие, и какие-то выводы делать сложно.

Для каждого из работающих питателей в системе расчетные данные отличаются от опытных на величину от -4,7 % до +5,5 %. За исключением высоко расположенных питателей IV в системах из питателей II и IV (+18,30 %), III и IV (+13,18 %). В системах из питателей I–III и I–IV из высоко расположенного питателя III, наоборот, вытекает жидкости больше расчетного соответственно на 20,0 и 18,2 %. Почему это произошло, неясно, хотя это не такие уж большие отклонения расчетных величин от опытных. В целом можно считать, что получено хорошее соответствие опытных и расчетных данных. И уравнение Бернулли, выведенное для частного случая – для системы с одним питателем, работает и в литниковой системе с количеством питателей, большим одного, при расположении питателей на разных уровнях по высоте формы.

Отметим, что потребовалось рассчитывать приведенные площади всех питателей –  $S_{np(8)}$ ,  $S_{np(9)}$ ,  $S_{np(10)}$  и  $S_{np(11)}$  – при работе, например, питателей I–IV. В исследованных ранее L-образной, разветвленной, комбинированной, крестовиной и кольцевой ЛС можно было находить приведенную площадь питателей только для скорости жидкости в одном из питателей.

Теперь рассмотрим, что же это такое – приведенная площадь питателей и какой у нее смысл. При работе, например, питателей I и II  $x_2 = v_9 / v_8 = 0,668$ , приведенная площадь питателей  $S_{np(8)}^{(2)} = 1,668S_n$ , расход в системе  $Q^{(2)} = v_8 \cdot 1,668S_n$ . Получается, что при работе питателей I и II скорости истечения жидкости из питателей одинаковы и равны  $v_8$ , а площадь питателя II равна 0,668 площади питателя I. То есть появляются дробные, или частичные питатели. Математически в ЛС во всех питателях скорость одна и та же, а площади их поперечных сечений разные. Хотя понятно, что физически у питателей площади сечений одинаковые, а скорости течения жидкости – разные. Благодаря этому приему – приведению всех скоростей жидкости в питателях к одной скорости и введению дробных питателей – удалось решить систему уравнений истечения жидкости одновременно из нескольких питателей.

Независимо от количества работающих питателей уравнение Бернулли выглядит одинаково – это выражение (1). Или можно записать УБ для сечения I–I и любого сечения ЛС, или двух любых сечений, хотя расходы жидкости в этих сечениях могут отличаться во много раз. То есть мы *используем уравнение Бернулли для сечений потока с разными расходами* и, как это ни удивительно, эксперименты подтверждают данное, казалось бы, абсурдное допущение. И за счет этого стал возможным расчет ЛС.

Безо всяких дополнительных принципов. Только очевидное:  $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ , где  $Q_i$  –

расход жидкости в  $i$ -том питателе. В любом сечении гидравлической системы действует  $H$  в виде суммы скоростного и пьезометрического напоров и потерь напора. В расчетах учитываются, кроме 2-х обычных гидравлических потерь – на трение по длине и в местных сопротивлениях, – потери на изменение напора, подсчитываемые по соотношениям (11), (23) и (24). Возможность суммирования потерь на изменение напора с потерями на трение по длине и в местных сопротивлениях теоретически не обоснована. Однако пока не получено экспериментальных данных, противоречащих данному допущению.

В заключение заметим, что питатели ”знают” друг о друге, так как включение или выключение хотя бы одного питателя приводит к перестройке работы всей гидравлической системы (см. табл. 2 и 3). А при работе, например, питателей I–IV в сечении 8–8 питателя I действует только напор в виде  $\alpha v_8^2 / 2g$  – то, что осталось от  $H + h_1$ . В сечении 9–9 питателя II – только  $\alpha v_9^2 / 2g$  вместо  $H - h_1$ . И т.д.

Таким образом, теоретически и экспериментально исследована ярусная литниковая система с определением скоростей и расходов жидкости в каждом питателе и во всей системе. При расчёте таких систем с изменяющимся расходом жидкости использовали уравнение Бернулли, хотя оно выведено теоретически и проверено практически для потока жидкости с постоянным расходом. Получено хорошее соответствие опытных и расчетных данных. При работе всех четырех питателей при сливе жидкости из питателей сверху в форму вода из верхнего (четвертого) питателя не течет и по расчету, и в эксперименте, хотя уровень воды в чаше на 91 мм выше центра отверстия этого питателя.

## References:

1. Vasenin VI. *Features of the calculation flow of metal in the runner system: Proceedings of the universities. Mechanical Engineering. 1988. № 1; 103-106.*
2. Vasenin VI. *The calculation of the metal in the runner system branched: Foundry. 2007. № 4; 5-8.*
3. Vasenin VI, Bogomyagkov AV, Sharov KV. *The study combined the gating system: Journal Perm National Research Polytechnic University. Engineering, materials science. 2012; T. 14. № 3; 77-81.*
4. Vasenin VI, Vasenin DV, Bogomyagkov AV, Sharov KV. *The study of local resistance runner system: Journal Perm National Research Polytechnic University. Engineering, materials science. 2012; T. 14. № 2; 46-53.*
5. Vasenin VI, Bogomyagkov AV, Sharov KV. *Investigation of the influence of the relative length of the feeder on the characteristics of the gating system: Journal Herald Perm National Research Polytechnic University. Engineering, materials science. 2013; T. 15. № 2; 48-52.*
6. Vasenin VI, Bogomyagkov AV, Sharov KV. *Studies ring gating systems: Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2013; Volume 15. № 4 (2); 316-322.*
7. Vasenin VI, Bogomyagkov AV, Sharov KV. *Studies of L-shaped gating system: Journal Perm National Research Polytechnic University. Engineering, materials science. 2012; T. 14. № 4; 108-122.*
8. Idelchik IE. *Handbook of hydraulic resistance. M.: Mechanical Engineering, 1992; 672.*
9. Meerovitch IG, Muchnik GF. *Hydrodynamics of collecting systems. M.: Science, 1986; 144.*
10. Tokarev JV. *On the hydraulic resistance of the individual elements of non-closed gating systems: Improved technology for making castings. Sverdlovsk: Ural Polytechnic Institute, 1966; 32-40.*
11. Chugaev RR. *Hydraulics. M.: publ "Bastet", 2008; 672.*
12. Vasenin VI, Bogomyagkov AV, Sharov KV. *Research of cross gating system with feeders of variable crosssection: 2nd International conference on the political, technological, economic and social processes. London: Scieuro, 2013; 55-81.*