

*Vladimir A. Vershinin,
ScD, assistant professor,
Rybinsk State Aviation
Technical University n.a. PA. Solovyov*

The Transmission of Binary Messages Special Overlapping Signals

Key words: overlapping signals, frequency band, noise immunity.

Annotation: The paper considers the transmission of binary messages using special overlapping in time elementary signals. Defined frequency band occupied by the transmitted signal. An assessment is made of immunity of the transfer.

1. Введение

Под двоичным сообщением будем понимать последовательность элементов, каждый из которых имеет длительность T и может принимать два значения 0 или 1. Каждому значению элемента сообщения при передаче соответствует один из двух элементарных сигналов. Передаваемый сигнал можно представить в виде:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_L(t - nT), \quad (1)$$

где $v_L(t - nT)$ – элементарный сигнал, соответствующий n -му элементу сообщения, причем L принимает значение n -го элемента сообщения; t – время. Таким образом, $v_L(t - nT)$ может быть одним из элементарных сигналов: $v_0(t - nT)$ или $v_1(t - nT)$. Длительность T_c элементарного сигнала – величина временного интервала, за пределами которого отсутствуют ненулевые значения сигнала. Будем считать, что таким интервалом для сигнала $v_L(t)$ является интервал $-T_c \leq t < T_c$. При $T_c = T$ передача осуществляется неперекрывающимися элементарными сигналами, а при $T_c > T$ имеет место передача перекрывающимися элементарными сигналами.

В работе рассматриваются противоположные элементарные сигналы, являющиеся частным случаем симплексных сигналов, рассмотренных в (1):

$$v_0(t) = \frac{A}{2} [\cos 2\pi Kt/T_c + \cos 2\pi(K+1)t/T_c], \quad v_1(t) = -v_0(t), \quad (2)$$

где A – амплитуда элементарного сигнала; K – целое положительное число, определяющее положение полосы частот, занимаемой сигналом $s(t)$. На рис. 1 показан в нормированном виде сигнал $v_0(t)$ при $K = 5$.

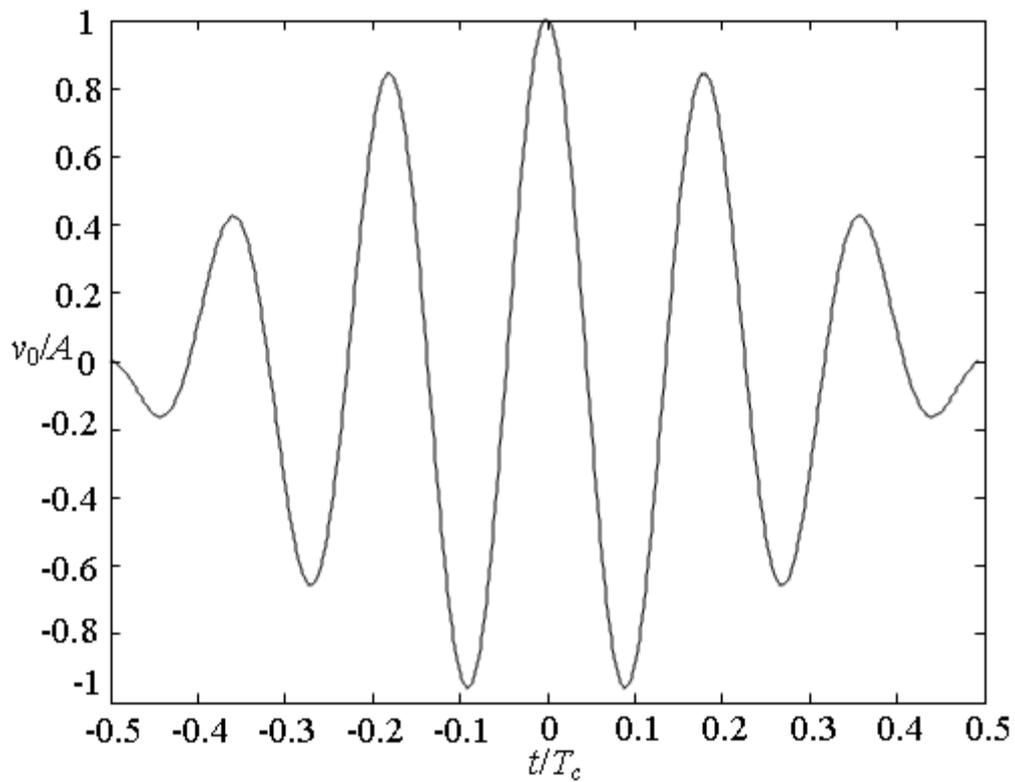


Рис. 1. Нормированный элементарный сигнал $v_0(t)$ при $K = 5$

На рис. 2 на интервале $-T \leq t < T$ показана возможная реализация сигнала $s(t) = v_0(t+T) + v_0(t) + v_1(t-T)$ в нормированном виде для случая, когда элементарные сигналы не перекрываются ($T_c = T$) при $K = 5$. Здесь показан полностью сигнал $v_0(t)$, сформированный на интервале $-0.5T \leq t < 0.5T$, а также частично предыдущий сигнал $v_0(t+T)$ и последующий $v_1(t-T)$.

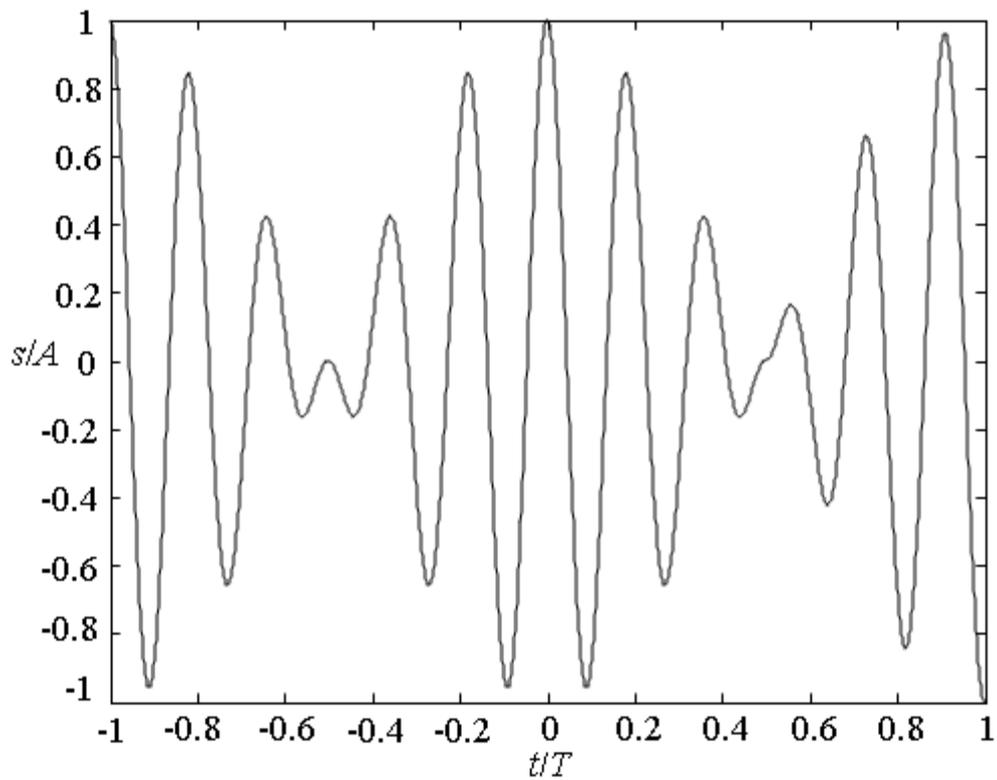


Рис. 2. Нормированная реализация сигнала $s(t)$ при $T_c = T$

На рис. 3 на интервале $-T \leq t < T$ показана в нормированном виде возможная реализация сигнала $s(t) = v_0(t+T) + v_0(t) + v_1(t-T)$ для перекрывающихся элементарных сигналов ($T_c = 2T$) при $K = 10$. На указанном интервале сформирован элементарный сигнал $v_0(t)$, причем на интервале $-T \leq t < 0$ и $0 \leq t < T$ этот сигнал перекрывается с предыдущим элементарным сигналом $v_0(t+T)$ и последующим $v_1(t-T)$ соответственно.

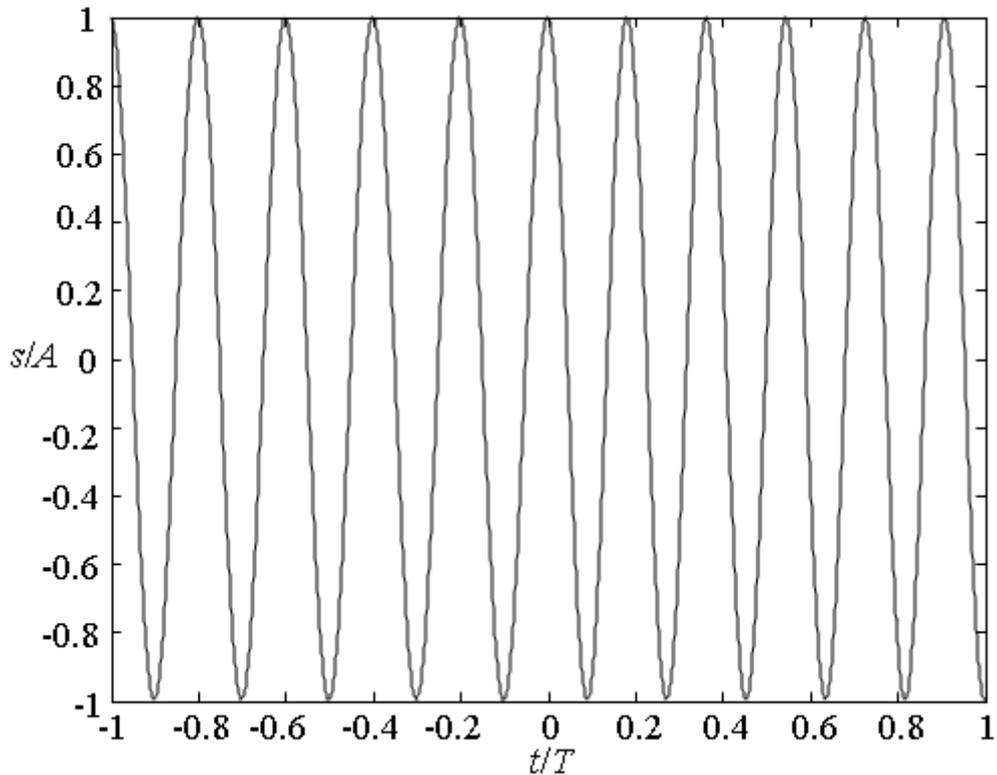


Рис. 3. Нормированная реализация сигнала $s(t)$ при $T_c = T$

Целью данной работы является исследование эффективности использования перекрывающихся элементарных сигналов (2).

2. Полоса частот, занимаемая сигналом

Сигнал $s(t)$, определяемый (1), в общем случае является случайным сигналом. Будем считать элементы двоичного сообщения независимыми случайными величинами, принимающими значения 0 или 1 с равной вероятностью. Определим полосу частот F , занимаемую сигналом, исходя из спектральной плотности мощности этого сигнала $S(f)$, где f – частота. При этом будем считать, что в полосе частот F должно быть

сосредоточено 99% мощности сигнала $P = \int_0^{\infty} S(f) df$. Тогда

$$F = f_2 - f_1, \quad (3)$$

где f_1 и f_2 – нижняя и верхняя граничные частоты определяются из выражений:

$$\int_0^{f_1} S(f) df = 0.005P; \quad \int_{f_2}^{\infty} S(f) df = 0.005P.$$

Спектральная плотность мощности может быть определена по формуле (1):

$$S(f) = \frac{2}{T} |V_0(f)|^2, \quad (4)$$

где $V_0(f) = \int_{-T_c/2}^{T_c/2} v_0(t) e^{-j2\pi ft} dt$ – спектральная плотность сигнала $v_0(t)$.

Используя (2) и (4), для неперекрывающихся элементарных сигналов ($T_c = T$) можно получить:

$$S_1(f) = \frac{A_1^2 T^2}{8} \left[\frac{\sin \pi(fT - K)}{\pi(fT - K)} + \frac{\sin \pi(fT + K)}{\pi(fT + K)} + \frac{\sin \pi(fT - K - 1)}{\pi(fT - K - 1)} + \frac{\sin \pi(fT + K + 1)}{\pi(fT + K + 1)} \right]^2, \quad (5)$$

а для перекрывающихся элементарных сигналов ($T_c = 2T$)

$$S_2(f) = \frac{A_2^2 T^2}{2} \left[\frac{\sin \pi(2fT - K)}{\pi(2fT - K)} + \frac{\sin \pi(2fT + K)}{\pi(2fT + K)} + \frac{\sin \pi(2fT - K - 1)}{\pi(2fT - K - 1)} + \frac{\sin \pi(2fT + K + 1)}{\pi(2fT + K + 1)} \right]^2. \quad (6)$$

В выражениях (5) и (6) A_1 и A_2 – амплитуды неперекрывающихся и перекрывающихся элементарных сигналов соответственно.

Дисперсия (средняя мощность) сигнала $s(t)$ для неперекрывающихся и перекрывающихся элементарных сигналов соответственно

$$\sigma_1^2 = \int_0^{\infty} S_1(f) df = \frac{A_1^2}{4} \text{ и } \sigma_2^2 = \int_0^{\infty} S_2(f) df = \frac{A_2^2}{2}. \quad (7)$$

Амплитуда сигнала $s(t)$, сформированного на основе неперекрывающихся и перекрывающихся элементарных сигналов равна A_1 и A_2 соответственно.

Пик-фактор сигнала $s(t)$

$$\frac{A_1}{\sigma_1} = 2 \text{ и } \frac{A_2}{\sigma_2} = \sqrt{2}. \quad (8)$$

На рис. 4 показана нормированная зависимость $S_1(f)$, полученная с использованием (5) при $K = 5$.

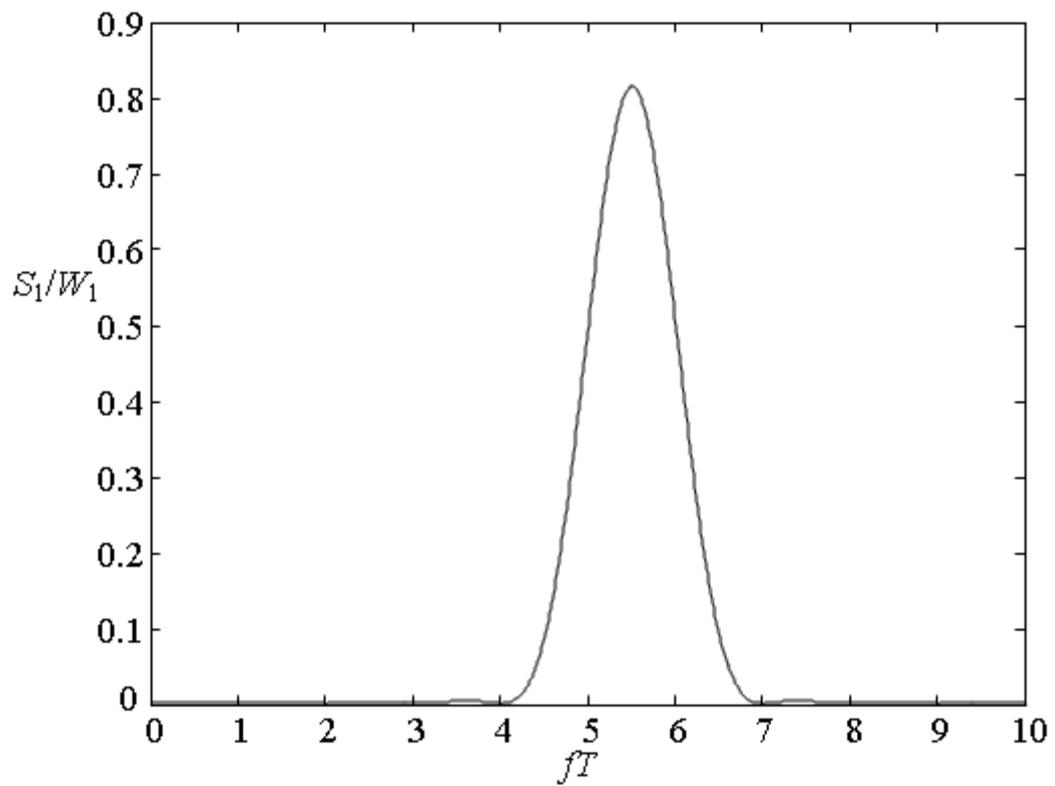


Рис. 4. Нормированная зависимость $S_1(f)$ при $T_c = T$ и $K = 5$

На рис. 5 показана нормированная зависимость $S_2(f)$, полученная с использованием (6) при $K = 10$.

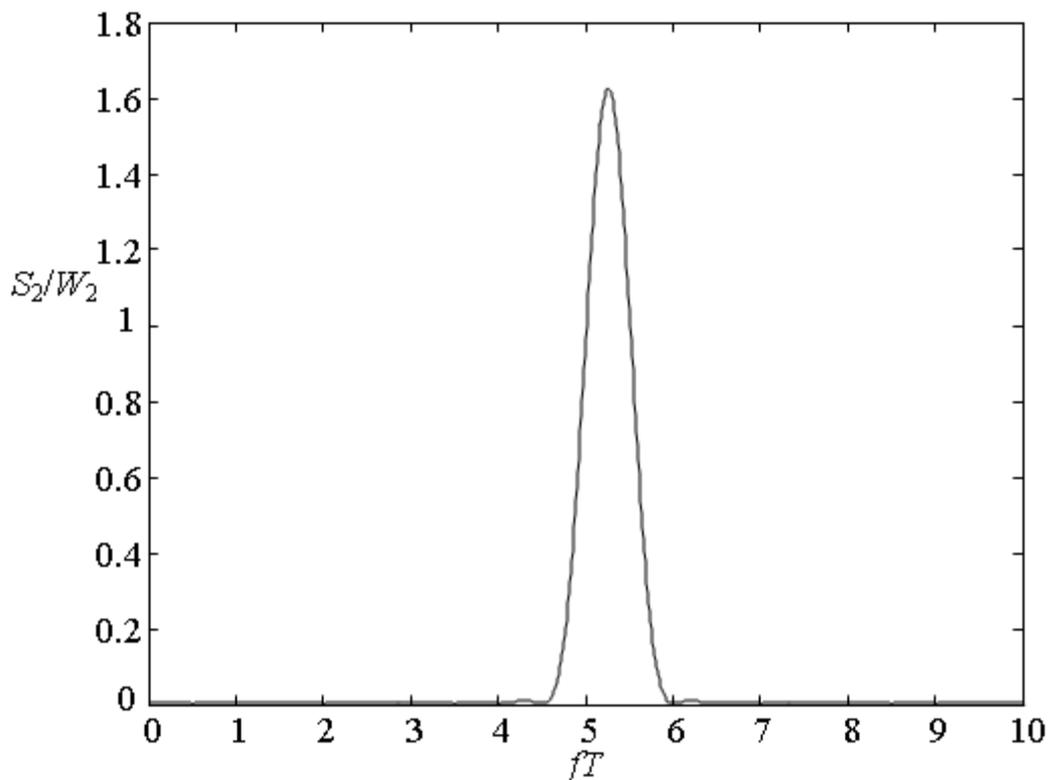


Рис. 5. Нормированная зависимость $S_2(f)$ при $T_c = 2T$ и $K = 10$

На основании (3), (5) и (3), (6) для неперекрывающихся и перекрывающихся элементарных сигналов можно получить значение занимаемой полосы частот соответственно

$$F_1 \approx 2.36/T \text{ и } F_2 \approx 1.18/T. \quad (9)$$

Таким образом, при одинаковой скорости передачи полоса частот, занимаемая сигналом $s(t)$ на основе перекрывающихся элементарных сигналов, в два раза меньше полосы частот сигнала с использованием неперекрывающихся элементарных сигналов. Кроме того, использование перекрывающихся элементарных сигналов приводит (8) к уменьшению пик-фактора сигнала $s(t)$ в $\sqrt{2}$ раз.

3. Помехоустойчивость

Будем полагать, что на сигнал $s(t)$, определяемый (1), в линии связи воздействует аддитивная помеха $n(t)$ в виде белого шума с односторонней спектральной плотностью мощности N . Пусть на входе приемника на интервале $-T_c/2 \leq t < T_c/2$ имеет место сигнал

$$z(t) = s(t) + n(t). \quad (10)$$

Приемник осуществляет обработку этого сигнала, в результате которой должно быть принято решение, какой из двух элементарных сигналов $v_0(t)$ или $v_1(t)$ был передан, и, следовательно, какое значение L' имеет принятый элемент двоичного сообщения. Если L' не совпадает с L , то имеет место ошибка передачи. Оптимальный алгоритм

обработки сигнала (10) при использовании противоположных элементарных сигналов, обеспечивающий минимальную вероятность ошибки определяется выражением (2):

$$L' = \begin{cases} 0 & \text{при } a \geq 0, \\ 1 & \text{при } a < 0, \end{cases} \quad \text{где } a = \int_{-T_c/2}^{T_c/2} z(t)v_0(t)dt. \quad (11)$$

С учетом (10), входящая в (11) величина $a = \int_{-T_c/2}^{T_c/2} s(t)v_0(t)dt + \int_{-T_c/2}^{T_c/2} n(t)dt$.

Рассматриваемые элементарные сигналы имеют важную особенность: независимо от того перекрываются они ($T_c = 2T$) или не перекрываются ($T_c = T$), интеграл

$\int_{-T_c/2}^{T_c/2} s(t)v_0(t)dt = \pm W$. Знак плюс или минус зависит от того, какой сигнал передается

$v_0(t)$ или $v_1(t) = -v_0(t)$. $W = \int_{-T_c/2}^{T_c/2} v_0^2(t)dt = \frac{A^2 T_c}{4}$ – энергия элементарного сигнала.

Для неперекрывающихся и перекрывающихся элементарных сигналов энергия элементарного сигнала соответственно:

$$W_1 = \frac{A_1^2 T}{4} \text{ и } W_2 = \frac{A_2^2 T}{2}. \quad (12)$$

Таким образом, a в (11) является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $\pm W_1$ и дисперсией $2NW_1$ при неперекрывающихся элементарных сигналах или с математическим ожиданием $\pm W_2$, и дисперсией $2NW_2$ при перекрывающихся элементарных сигналах. Определим помехоустойчивость передачи при использовании неперекрывающихся и перекрывающихся элементарных сигналов для двух случаев.

1. Неперекрывающиеся и перекрывающиеся элементарные сигналы имеют одинаковую энергию: $W_1 = W_2$. При этом как при использовании неперекрывающихся, так и перекрывающихся элементарных сигналов вероятность ошибки демодуляции [2]

$$p_1 = 1 - F(\sqrt{2}h_1), \quad (13)$$

где $h_1^2 = W_1/N$; $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2)dy$ – функция ошибок. Заметим, что в

этом случае из (12) $A_2 = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$.

2. Неперекрывающиеся и перекрывающиеся элементарные сигналы имеют одинаковую амплитуду: $A_1 = A_2$. В этом случае из (12) $W_2 = 2W_1$. Тогда при определенном значении $h_1^2 = W_1/N$ вероятность ошибки демодуляции при использовании неперекрывающихся элементарных сигналов определится формулой (13), а при использовании перекрывающихся элементарных сигналов

$$p_2 = 1 - F(2h_1) \quad (14)$$

На рис. 6 показаны зависимости p_1 и p_2 от h_1^2 , полученные по формуле (13) и (14). На рисунке значения, полученные при $h_1^2 = 0, 2, 4, \dots, 16$, для наглядности соединены отрезками прямых.

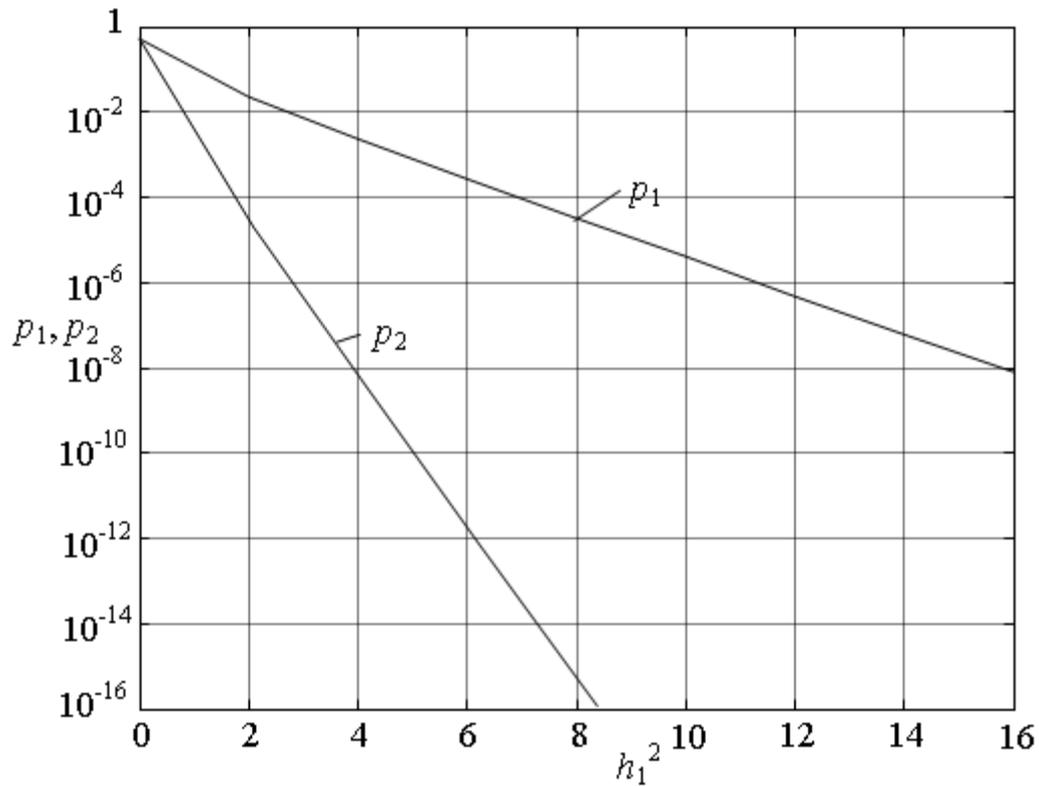


Рис. 6. Зависимость вероятности ошибки p_1 и p_2 от h_1^2

4. Выводы

Использование перекрывающихся элементарных сигналов по сравнению с неперекрывающимися позволяет получить сигнал, занимающий в 2 раза меньшую полосу частот при одинаковой скорости передачи и имеющий в $\sqrt{2}$ раз меньший пик-фактор.

При одинаковой энергии перекрывающихся и неперекрывающихся элементарных сигналов, амплитуда перекрывающихся сигналов в $\sqrt{2}$ раз меньше, а вероятность ошибки не зависит от вида рассматриваемых элементарных сигналов.

При одинаковой амплитуде перекрывающихся и неперекрывающихся элементарных сигналов, энергия перекрывающихся сигналов в 2 раза больше, а вероятность ошибки при использовании перекрывающихся элементарных сигналов существенно меньше.

Reference:

1. Vershinin VA. The transmission of binary messages simplex signals: Journal of radio electronics: electronic journal. 2013. N11. [Internet] Available from: <http://jre.cplire.ru/jre/nov13/5/text.pdf>

2. *Theory of telecommunications: a Textbook for institutes. Ed. AG. Zuko, DD. Klovsy, VI. Korzhik, M V. Nazarov. M .: Radio and communication; 1998; 432.*

